



Referencial Curricular de Matemática

————— REALIZAÇÃO —————

————— APOIO —————

FM
FUNDAÇÃO
ROBERTO MARINHO

SEE
SECRETARIA
DA EDUCAÇÃO

GOIÁS
Um Estado melhor a cada dia

fpc
FUNDAÇÃO PRÓ-CERRADO

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Apresentação

Caro professor,

O currículo é o eixo organizador em torno do qual tudo se estrutura e se define na escola. Ele representa o modo de pensar dos educadores, sua percepção de sociedade, sua perspectiva para a educação dos estudantes e, num nível mais geral, as expectativas que as comunidades e a sociedade como um todo depositam sobre o trabalho da escola.

Este Referencial Curricular para a disciplina de Matemática no Estado de Goiás é o resultado do estudo, da reflexão e do trabalho conjunto e persistente dos professores de matemática da rede estadual de Goiás, dos gestores escolares e da equipe de trabalho do Multicurso Matemática – Programa de Formação Continuada para os professores de Ensino Médio. Ao longo dos anos de 2004 e 2005, os Grupos de Estudo de Matemática – GEMAs, empenharam-se em trabalhar sobre os Cadernos de Roteiros e Seminários presenciais que promoveram e dinamizaram o processo que apresenta, enfim, este documento como produto. Agora, todos têm à disposição um importante instrumento para orientar e promover a consolidação de um processo de renovação das idéias e práticas educativas, e que já se tornou um valor e um compromisso para as escolas de Goiás.

A abordagem curricular presente neste Referencial se fundamenta num posicionamento educacional cuja perspectiva é a construção da cidadania, como o grande benefício social a ser gerado pela atuação da escola pública. Esta lógica de cidadania deve impregnar a elaboração do currículo e a construção de seus dispositivos instrumentais, que irão balizar a ação docente e pedagógica.

Desta forma, o currículo – e o currículo de Matemática - está a serviço da inclusão, da construção da autonomia e da conquista da dignidade, o que estabelece um compromisso vigoroso entre educadores, estudantes e comunidades. Este currículo representa, assim, uma opção por desenvolver em cada estudante as condições de que precisa para estar na sociedade com plenas condições de viver sua vida com qualidade, perspectivas e realizações.

É isso, enfim, que este Referencial deve ajudar a construir. Ele representa a busca por desenvolver uma prática de Educação Matemática fundamentada na autonomia docente frente ao seu trabalho. E é também comprometida com o desenvolvimento de competências no estudante e a aprendizagem contextualizada e significativa.

Este documento também avança no sentido de disponibilizar com fartura as orientações metodológicas, tão importantes para a renovação das práticas diárias das salas de aula. Neste item, inclusive, estão presentes as muitas contribuições dos educadores de Goiás, que foram incorporadas e sistematizadas, demonstrando, desde já, sua sintonia e comprometimento com a discussão educacional de vanguarda.

Portanto, professor, eis aqui em suas mãos um importante instrumento para o seu trabalho, que esperamos estar à altura do seu compromisso e das suas exigências para com o trabalho educativo de qualidade. Que possamos, todos, ter neste Referencial uma motivação a mais para mudar para melhor a realidade das escolas e das comunidades de Goiás em que atuam e para as quais representam esperança.

Equipe de Autores

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Introdução

O currículo do novo Ensino Médio

O novo Ensino Médio se fundamenta numa concepção que entende a escola como um espaço dinâmico e democrático da formação de indivíduos e coletividades, voltado para a melhor inserção destes na sociedade. O acesso à escola deve permitir que todos tenham as melhores condições para garantir, por meio da educação, sua qualidade de vida, seus direitos e sua cidadania.

Essa concepção subsidia um novo currículo, baseado no domínio de competências básicas, inseridas nos diversos contextos de vida dos estudantes. Mais do que um conjunto de conteúdos a ensinar, esse currículo é um instrumento orgânico e dinâmico, que revigora a integração e a articulação dos conhecimentos, utilizando-se da interdisciplinaridade. Ele dá significado ao conhecimento escolar e incentiva o raciocínio e a capacidade de aprender.

Um currículo que responde aos desafios da sociedade de hoje

O novo currículo está marcado pelos desafios da sociedade atual. As questões que inquietam homens e mulheres de hoje mudaram, assim como a maneira de fazer ciência, de pesquisar e de construir conhecimento. Surgiram tecnologias poderosas que revolucionaram a percepção humana e o nosso modo de construir visões sobre o mundo. Mudaram, com isso, as formas de pensar e de aprender.

A velocidade da produção de informação e conhecimento num mundo interconectado e global exige das pessoas uma enorme capacidade de transformação e, ao mesmo tempo, de adaptação às mudanças. Ao profissional de hoje, não basta estar formado: ele deve ser capaz de continuar aprendendo continuamente. O foco da educação, portanto, mudou da memorização de conteúdos transmitidos e repetidos, para o saber aprender, a autonomia intelectual e o desenvolvimento de competências e habilidades.

Um currículo que forma pessoas intelectualmente autônomas, competentes e transformadoras

Hoje, o desafio é fazer da escola um espaço de formação para novos seres humanos: pessoas capazes de assumir o seu papel no mundo, de trazer soluções criativas e eficazes para os problemas que a sociedade enfrenta; cidadãos atuantes e dispostos a criar uma dinâmica social baseada em valores de igualdade e justiça. A sociedade do conhecimento - e nela, o cenário brasileiro - demanda cidadãos críticos, pró-ativos e autônomos em relação à própria formação. Pessoas capazes de comprometer-se com o seu autodesenvolvimento e de ajudar a responder de forma qualificada aos desafios contemporâneos.

Isso tem mais condições de ocorrer por meio de ações educacionais inspiradas em princípios e valores de formação geral para o trabalho e para a vida cidadã, com ênfase na inclusão social, na autonomia, no desenvolvimento da capacidade produtiva, na formação de lideranças e no estímulo da evolução pessoal e profissional. É compromisso de todos promover uma educação que ensine o estudante a conviver com os demais de maneira harmoniosa, a ler e interpretar a realidade fazendo um uso crítico dos meios de comunicação, a lidar melhor com os problemas de sua vida, de sua comunidade, e de seu tempo.

Nesse sentido, o novo Ensino Médio busca integrar o universo tecnológico e a preocupação com os elementos fundamentais da formação humana, o conhecimento dos princípios científicos e o exercício da cidadania plena, a formação ética e a autonomia intelectual. A educação é permeada pela ética da identidade, com o fim de formar pessoas capazes de hierarquizar valores e de tomar decisões relativas ao próprio projeto de vida. Autonomia e reconhecimento da identidade do outro estão associados, para possibilitar a construção de identidades que incorporem a responsabilidade social. Trata-se de uma nova racionalidade, voltada para a formação de pessoas solidárias e responsáveis por serem autônomas.

Um currículo inclusivo, aberto à dimensão multicultural

Os grupos sociais possuem determinado conjunto de características que os diferenciam e que formam sua identidade cultural, aquilo que são. Exatamente por serem desta e, não, de maneira diferente, possuem *identidade*. Diferença e identidade são processos inseparáveis e, portanto, em permanente transformação.

Identidades culturais se manifestam, se afirmam e se renovam por meio de uma diversidade de formas e expressões. O currículo atua na construção das identidades e, deste modo, converte-se em oportunidade de discussão sobre como preservar as diferenças e como garantir o direito que as pessoas têm de existir sem serem idênticas, sem imposição de sentidos e sem preconceitos.

Para os jovens, a escola exerce o papel de mediar a apropriação das culturas e das concepções de mundo acumuladas ao longo da história, atuando também como mediadora de determinado projeto social, revelado em seu currículo. Este poderá reforçar as visões e

sentidos do projeto dominante, ou produzir questionamentos e crítica. No novo Ensino Médio, o currículo está aberto ao diferente e assume uma dimensão *multicultural*. Essa dimensão torna-se concreta quando a escola acolhe a diversidade e dissemina as vozes marginalizadas das minorias culturais. Ao contemplar a diversidade, reforça a visão da escola como espaço democrático, de diálogo e de comunicação entre grupos sociais diversos. A decisão de tornar o currículo multicultural também revela o seu significado ético e político e implica a mudança de comportamento frente ao preconceito e à discriminação.

A produção de identidades que respeitem as diferenças, realizada pelo currículo, está intrinsecamente vinculada à seleção de conhecimentos significativos para os jovens, nos quais se incluam as culturas adolescentes, tantas vezes repudiadas, seja por desinformação ou por preconceito. Um currículo multicultural e inclusivo discute os contextos nos quais os jovens se inserem, as culturas e linguagens com que expressam seus sonhos, inquietações, experiências e alegrias.

No Brasil, apenas 36% dos jovens entre 20 e 24 anos concluem o Ensino Médio, e destes, apenas 4% alcançam o Ensino Superior. As reformas curriculares, embora não sejam as únicas ações necessárias, pretendem contribuir para fazer da escola um espaço em que as identidades individuais sejam possíveis: campo para o estímulo à participação dos jovens, para a formação para a tomada de decisões e para o exercício do protagonismo; campo de participação política, de superação coletiva de dificuldades e desafios, de tolerância e de convivência pacífica.

Uma nova relação com o conhecimento em um novo ambiente de aprendizagem

Todo currículo parte de uma visão de ser humano, de uma concepção sobre como o ser humano aprende e como constrói e produz conhecimento. O currículo do novo Ensino Médio se fundamenta na idéia de que o estudante constrói conhecimento a partir da ação, da mobilização cognitiva, dos sentidos e da inteligência, movido por desafios intelectuais que o instigam a construir soluções novas e criativas para situações-problema.

Essa concepção implica um modelo de gestão escolar aberto ao exercício da produção coletiva de conhecimento, ao diálogo, ao intercâmbio e à discussão crítica. A metodologia de ensino passa de uma relação bipolar de emissão e recepção para a dimensão da *interatividade*, da rede de aprendizagem, da comunicação. A relação pedagógica se constitui nas trocas entre sujeitos que aprendem em cooperação.

Essas mudanças inauguram um novo ambiente de aprendizagem na sala de aula. Ela se abre ao mundo, à realidade concreta, ao desafio cotidiano, à interdisciplinaridade. Construída sobre a base de novas relações entre professores e estudantes e entre sujeitos e conhecimento, a sala de aula torna-se a nova arena do diálogo, do intercâmbio, da comunicação intersubjetiva na qual o conhecimento é construído de forma colaborativa e os sujeitos atribuem sentidos àquilo que aprendem.

O referencial curricular para a educação matemática no Estado de Goiás

O Referencial Curricular apresentado neste documento tem como base as tendências atuais do Ensino Médio, aplicadas e incorporadas nos seguintes pressupostos teóricos:

- Matriz epistemológica das redes de conhecimento: entende-se que o conhecimento é concebido e organizado em redes de saberes, e construído por meio de redes de aprendizagem, nas quais se articulam áreas de conhecimento, instrumentos metodológicos e sujeitos que interagem na aprendizagem e no ensino.
- Relações autoconstitutivas entre pensamento e linguagem, o que torna as habilidades e competências comunicativas essenciais para a construção de conhecimento em qualquer área e traz relevância aos artefatos lingüísticos, seus instrumentos culturais, e aos processos sociais de troca dialógica e participação. São todos mediadores e suportes indissociáveis do processo de aprendizagem e de construção do conhecimento.
- Relações autoconstitutivas entre comunicação e educação: o exercício comunicativo, em diferentes meios e linguagens, é a base para o processo de aprendizagem, e implica a concepção de ambientes de aprendizagem como ambientes de comunicação, possíveis de serem planejados adequadamente para promover a relação intersubjetiva que viabiliza a aprendizagem.
- Lógica cidadã do currículo e da função social da escola, implicando no desenvolvimento de processos educacionais contextualizados, voltados para aprendizagem significativa, capazes de incorporar a interdisciplinaridade como princípio epistemológico estruturador do ensino e da aprendizagem e de desenvolver competências essenciais para o exercício da cidadania.
- Pesquisa como princípio educativo, que perpassa o processo escolar e, inclusive, o procedimento docente: o professor assume postura de pesquisador, questionando a sua realidade e investigando sobre os processos com os quais lida no trabalho educativo, para planejar e saber o que e como ensinar, formando alunos também capazes de pesquisar.

Estes pressupostos aplicam-se ao contexto da Educação Matemática, construindo uma proposta de ensino que privilegia um *currículo por competências*, o *ensino contextualizado*, a *articulação interdisciplinar*, a *aprendizagem significativa* e o *planejamento de comunicação* do ambiente de aprendizagem matemática.

Seguindo as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias, articulam-se, por um lado, ao desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida

contemporânea; por outro, ao desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. O fato de o conceito "tecnologia" aparecer associado a estes saberes implica que, na formação desenvolvida nesta área, são também promovidas competências e habilidades que se relacionam às intervenções práticas, ao entendimento de procedimentos técnicos, à avaliação e ao uso crítico dessas tecnologias, tendo como referência a vida cidadã.

O conhecimento não se aprende pela mera transmissão de conteúdos, mas pela construção psico-social e pela intervenção cognitiva do sujeito sobre os desafios lançados. Na formação do estudante do Ensino Médio, a Matemática cumpre um papel fundamental como linguagem universal, dada a sua forma de quantificação e expressão. Presente em todos os aspectos da vida humana, da tecnologia à arte, da medicina à cartografia, das comunicações às engenharias, não há área do conhecimento em que a Matemática não contribua para ordenar, interpretar e ler dados e uma infinidade de variáveis. E tudo isso vai além dos números. A Matemática é essencial para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, quando, por exemplo, se desenvolve o raciocínio para construções mais abstratas, ou na própria validação e construção de conceitos, relações, descrições de modelos e generalizações.

No Referencial Curricular ora apresentado, a Educação Matemática busca superar os paradigmas da repetição de algoritmos, das listas indiscriminadas de exercícios muito semelhantes entre si, das equações descontextualizadas e distantes da vida e das demais disciplinas escolares. Vai além de um modelo de avaliação formal, interessada prioritariamente nos produtos ou na memorização, que muitas vezes acabavam afastando os estudantes desta ciência. Assim, a Matemática revigora-se como um componente curricular fundamental, que contribui para uma visão abrangente e crítica da realidade e para a leitura e a interpretação sobre o lugar do jovem no mundo. Desenvolvendo competências essenciais, envolvendo habilidades como as de caráter numérico, geométrico, algébrico, estatístico e probabilístico, a Matemática passa a integrar uma visão que ajuda o estudante a colocar o que aprende a serviço do desenvolvimento dos demais e em benefício da coletividade.

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Parte 1

O currículo de Matemática e o desenvolvimento de competências para a vida cidadã

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) de 1996 estabeleceu a reformulação do Ensino Médio no Brasil, posteriormente regulamentada em 1998 pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, procurou impulsionar no país uma democratização social e cultural mais efetiva, ampliando a parcela da juventude brasileira que completa a Educação Básica. Além disso, reforçou a identidade do Ensino Médio, não limitando seu papel a simples preparação para a Universidade e consolidando-o como etapa final da Educação Básica.

O conhecimento não pára de ser produzido, bem como as tecnologias a ele associadas. A aprendizagem contínua é hoje uma exigência que está para além do universo escolar ou acadêmico, de forma que em qualquer área de atividade as competências de aprendizagem são determinantes para a inclusão do indivíduo e para o seu desenvolvimento. Por isso, ao final da Escola Básica, o jovem precisa ter desenvolvido a necessária autonomia para prosseguir seu caminho, o que implica poder continuar a aprender. O Ensino Médio deve preparar para a vida, seja para o jovem continuar os estudos, seja para inserir-se no mundo do trabalho ou ambas as coisas.

Um estudante formado com autonomia intelectual deverá estar apto tanto para os vestibulares - ainda que nos moldes tradicionais - quanto para as provas que priorizem a avaliação de competências, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) ou as provas seletivas para muitos cursos técnicos. O sentido desta autonomia não reside no atendimento às demandas do mercado de trabalho, mas em dar condições amplas de inclusão social e cultural ao cidadão.

No caso do ensino da Matemática, que delimita o alcance inicial deste Referencial Curricular, esta visão implica um entendimento de que o Ensino Médio não tem como função formar matemáticos, ou mesmo formar nos estudantes apenas as competências relacionadas à matemática, de forma restrita às fronteiras desta disciplina. Há muito mais em jogo quando temos em conta o ensino da Matemática, pois o desenvolvimento das competências a ela relacionadas é importante para proporcionar ao cidadão alguns instrumentos indispensáveis à vida num mundo de informação, tecnologia e globalização. E também como recurso lógico e intelectual fundamental para transitar nas demais áreas do conhecimento.

Dessa forma, a autonomia docente diante do desafio do currículo do Ensino Médio está relacionada a saber responder: que Matemática deve ser aprendida no Ensino Médio? Quais instrumentos e recursos o ensino da Matemática deve oferecer ao estudante nesta etapa, tendo em vista o preparo que a sociedade, a Universidade ou o mundo do trabalho exigirão dele? E como sistematizar este ensino num Plano de Curso contextualizado às suas condições específicas de aprendizagem?

Segundo o MEC (2003), “*num mundo como o atual, de tão rápidas transformações e de tão difíceis contradições, estar formado para a vida significa mais do que reproduzir dados, denominar classificações ou identificar símbolos. Significa: saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir; enfrentar problemas de diferentes naturezas; participar socialmente, de forma prática e solidária; ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e, especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado*”. Uma formação com tal aspiração, porém, exige de escolas e professores métodos de ensino suficientemente elaborados, capazes de proporcionar aos alunos as condições efetivas para comunicação, argumentação, confronto e compreensão de situações-problema, escolhas e proposições; enfim, para que tomem gosto pelo conhecimento e aprendam a aprender.

O Currículo por Competências

As competências a serem desenvolvidas pelo currículo não devem ser entendidas como objetivos acabados e fechados em cada etapa. São referências para o trabalho da escola, apoiando a escolha das oportunidades e das experiências educativas a serem proporcionadas a todos os alunos, no seu desenvolvimento gradual ao longo do Ensino Básico.

Para Ubiratan D’Ambrósio (1998), é importante aprender Matemática por múltiplas razões, sejam elas de ordem utilitária, instrumental, cultural, formativa, sociológica ou estética. Sob a ótica de uma crescente responsabilidade social, a educação não pode apenas ter o caráter de busca de ascensão individual. Deve, ao contrário, possibilitar uma ação coletiva de construção do conhecimento em seu sentido mais amplo, ao lado de uma consciência crítica na produção e utilização deste saber. Um currículo voltado para a autonomia pode desenvolver no aluno o pensamento crítico e atento para questões sociais que extrapolam os limites do simples adestramento para dar “respostas certas” a problemas sempre iguais.

O conceito de *competência* é discutido há algum tempo no meio educacional, porém sem consenso entre os autores. As definições nem sempre são coincidentes, havendo ainda a confusão freqüente com os conceitos de *habilidade* ou de *capacidade*, não menos controversos. Assim, sem abrir mão de uma posição crítica frente à dinâmica desta discussão, mas também sem renunciar à riqueza dessas idéias, é necessário definir o referencial aqui adotado para esses conceitos tão importantes nas modernas abordagens curriculares.

Competências são “*esquemas mentais de caráter cognitivo, sócio-afetivo ou psicomotor, que utilizamos para estabelecer relações com sujeitos, objetos e situações*” (Berger, 1999). Estes esquemas baseiam-se em operações inteligentes, estruturadas como fios de uma rede na qual se conectam, permitindo respostas e ações conforme as exigências de contextos e situações com as quais nos defrontamos, e que nos solicitam a resolver problemas, criar soluções e interagir de forma transformadora com a realidade. Esses *esquemas mentais* não obedecem a uma lógica linear e seqüencial, como os degraus de uma escada, mas devem ser compreendidos a partir de uma lógica não-linear, conexionista e reticular¹, que são próprios da modalidade de organização da inteligência humana.

Competências, então, são recursos inteligentes que nos permitem *mobilizar* conhecimentos, valores, decisões, emoções e experiências anteriores, a fim de enfrentarmos uma determinada situação ou desafio. E por que mobilizar? Porque competência não é a simples aplicação rígida de regras ou receitas, mas da capacidade de lançar mão dos mais variados recursos do conhecimento e da inteligência, de maneira criativa e adequada às exigências de cada momento. Elas se referem a um *saber* que construímos internamente.

O saber, o saber fazer e o fazer

Os PCN+ (2003) assinalam que:

“(...) não há receita, nem definição única ou universal, para as competências, que são qualificações humanas amplas, múltiplas e que não se excluem entre si; ou para a relação e a distinção entre competências e habilidades. Por exemplo, os PCNEM explicitam três conjuntos de competências: comunicar e representar; investigar e compreender; contextualizar social ou historicamente os conhecimentos. Por sua vez, de forma semelhante, mas não idêntica, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) aponta cinco competências gerais: dominar diferentes linguagens, desde idiomas até representações matemáticas e artísticas; compreender processos, sejam eles sociais, naturais, culturais ou tecnológicos; diagnosticar e enfrentar problemas reais; construir argumentações; e elaborar proposições solidárias. Tanto nos PCNEM, como no ENEM, relacionam-se as competências a um número bem maior de habilidades. Pode-se, de forma geral, conceber cada competência como um feixe ou uma articulação coerente de habilidades. Tomando-as nessa perspectiva, observa-se que a relação entre umas e outras não é de hierarquia. Também não se trata de gradação, o que implicaria considerar habilidade como uma competência menor. Trata-se mais exatamente de abrangência, o que significa ver habilidade como uma competência específica. Como metáfora, poder-se-ia comparar competências e habilidades com as mãos e os dedos: as primeiras só fazem sentido quando associadas às últimas.”

(p.15)

Uma competência em geral se constitui de várias *habilidades*. A competência de resolver problemas, por exemplo, envolve habilidades como identificar, analisar e articular dados e informações. Só se desenvolvem competências na prática, vivenciando-se situações que as

¹ Cf. Pierre Lévy (1993), o conhecimento na sociedade da informação se caracteriza pela sua organização reticular (em redes de informação e conhecimento) e pela conectividade, que permite e estrutura as possibilidades de conexão entre sujeitos e coletividades pensantes, dispositivos de informação e áreas de conhecimento.

exijam. Pode-se aprender a debater, por exemplo, discutindo questões ligadas a Matemática, Biologia, História ou mesmo a situações da vida cotidiana; a competência de debater e argumentar não é desenvolvida pelo tema escolhido, mas sim pela situação proposta – no caso, o debate. E o mesmo ocorre com análise, interpretação, leitura, expressão oral e outras competências igualmente importantes. Quanto mais competências nós desenvolvemos, maior o grau de autonomia adquirimos para lidar com um número diverso de situações. Daí a importância de um currículo que oportunize a vivência de situações educativas diversificadas e significativas, com recursos e metodologias variadas, nas quais o professor promova que o aluno possa atuar como protagonista em sua própria aprendizagem.

Enquanto as *competências* são mais complexas, ligadas ao *saber*, as *habilidades* dizem respeito ao *saber fazer* - e não especificamente ao fazer. Já *desempenho* refere-se ao fazer concreto, sendo ato assegurado pelas *competências*. Em outros documentos relacionados à Educação Básica é possível encontrar os termo *descritores de capacidade*, que na essência também se refere aos esquemas mentais. Como este Referencial Curricular abrange apenas a Matemática no Ensino Médio (Formação Geral), o conceito adotado é o de *competências*, segundo as definições anteriormente expostas.

Interdisciplinaridade e contextualização a serviço da aprendizagem significativa

Sem abdicar do ensino dos conteúdos específicos e importantes para cada disciplina, um Currículo por Competências dá grande ênfase à aprendizagem. Se a escola tem o papel de mediação essencial para a aquisição de competências vinculadas à cidadania, a aprendizagem que ela promove precisa fazer sentido real e profundo para quem nela estuda, empenha esforço e deposita expectativas. No caso, ao incluir no currículo de Matemática o ensino de poliedros, áreas, cônicas, funções, logaritmos, matrizes e outros conteúdos, é necessário conferir-lhes sentido para o aluno. Para isso, é necessário que o professor tenha em mente quais competências reais o estudante poderá desenvolver do trabalho com esses conteúdos, mas também que saiba trabalhar com metodologias que contextualizem o conhecimento, aproximando-o do universo vital² e significativo do estudante.

Contextualização não é simples estratégia, mas um princípio pedagógico que inclui a visão e a experiência do estudante no processo de ensino. Neste sentido, contextualizar não é limitar a aprendizagem ao estabelecimento de relações com os elementos concretos e locais, mas a situações que são significativas para o estudante, mesmo que abstratas e gerais, mas que considerem as características dos alunos, sua singularidade etária, cultural, social, de interesses, entre outros fatores. Também é conhecida no meio educacional como *aprendizagem situada*.

Com o princípio da contextualização, articula-se o da *problematização*, ou do trabalho a partir de situações-problema significativas e instigantes ao empreendimento intelectual do aluno. A ação pedagógica de problematizar deve se dar em campos de conhecimento,

² Por *universo vital* entende-se o conjunto de anseios, necessidades, expectativas, conflitos, preocupações, entre outros elementos, que possuem importância central e organizadora na vida do sujeito, assumindo variadas formas de manifestação.

tempo e espaço definidos e associados ao universo de experiências e interesses dos estudantes. No caso da Matemática, isto certamente representa um desafio do ponto de vista metodológico, provocando a criatividade de professores muitas vezes acostumados a trabalhar de modo excessivamente abstrato e genérico.

Trabalhar com uma *lógica cidadã do currículo* é o que dá sentido ao ensino baseado na construção de competências e encaminhado por metodologias que partem de situações-problema contextualizadas e significativas para os alunos. Esta perspectiva pressupõe, contudo, a interação entre diferentes disciplinas, ou campos em que o conhecimento encontra-se formalmente organizado. Se, no entanto, a *articulação interdisciplinar* é uma exigência epistemológica moderna, onde as diferentes áreas do conhecimento são convocadas a contribuir na explicação dos fenômenos e na resolução de problemas, por outro lado não se pode perder de vista que cada disciplina tem sua própria identidade e tradição, seu objeto de estudo, sua forma de pesquisar e produzir conhecimento. O trabalho escolar deve incluir esse diálogo, e as competências desenvolvidas especificamente na área da Matemática são instrumentos essenciais para isso, contribuindo para dotar o estudante dos recursos necessários ao desafio do trânsito interdisciplinar. Essa postura e esses recursos, porém, devem ser desenvolvidos primeiramente entre as equipes docentes, que devem desenvolver recursos e metodologias de trabalho que permitam sua interação interdisciplinar, o desenvolvimento de projetos conjuntos e a articulação dos conteúdos curriculares das diferentes matérias.

O potencial do trabalho com projetos

O *trabalho por projetos* pode ser um poderoso instrumento a serviço da implementação de um currículo por competências. O desenvolvimento de projetos na escola abre espaço para a problematização e intervenção na realidade do aluno, essenciais para construção do senso crítico e investigativo. Além disso, favorece a integração de saberes e o envolvimento ativo dos estudantes, tanto no âmbito do coletivo quanto individual.

Por projeto podemos entender “(...) o procedimento de um trabalho que diz respeito ao processo de dar forma a uma idéia que está no horizonte, mas que admite modificações, está em diálogo permanente com o contexto, com as circunstâncias e com os indivíduos que, de uma maneira ou de outra, vão contribuir para esse processo”. (Hernandez, 1998).

Não quer dizer que o currículo deva ser organizado por projetos; também não se trata de um currículo por Temas Geradores. Tampouco o trabalho por projetos é o único ou o melhor para a construção de competências e o preparo para a cidadania. Um currículo por competências pressupõe diversidade e riqueza metodológica e, neste sentido, o ensino por projetos apresenta-se como um recurso metodológico privilegiado, fonte de excelentes oportunidades para propiciar a construção coletiva do conhecimento e a problematização de contextos ligados à vida cotidiana do jovem. Quando há problematização, e, portanto, há uma pergunta em jogo, pode-se visualizar mais claramente as disciplinas que, juntas, podem ajudar a respondê-la melhor, de modo mais completo e articulado. Por meio da

vivência de situações de aprendizagem diversificadas, em que o aluno se depara com o diferente, conhecimentos de várias disciplinas são mobilizados e recursos cognitivos são desenvolvidos. Ao propor um trabalho contextualizado, os projetos de estudo e pesquisa na escola favorecem a resignificação de conhecimentos, que muitas vezes perdem o sentido na transposição didática ³.

O Currículo por Competências é um instrumento vivo e dinâmico, comprometido com benefícios aos estudantes e com a transformação das escolas. É um currículo que privilegia a aprendizagem significativa porque quer dar sentido ao tempo e à vivência escolar. Amplia a visão de mundo porque parte de uma abordagem interdisciplinar do conhecimento. Promove a autonomia porque está pensado para construir competências para a resolução de problemas e para participação na sociedade. Tem, finalmente, uma perspectiva multicultural e integradora das diferenças, porque está estruturado a partir de metas de inclusão social e de inserção de qualidade dos cidadãos no mundo em que vivem e no qual devem realizar suas conquistas.

Avaliando competências: novos instrumentos e novas estratégias

Uma escola que busca a aprendizagem, acredita e investe no sucesso escolar. Em vez de ver a não aprendizagem como algo "patológico", procurando causas psicológicas ou sociais, a escola também reflete e repensa a sua prática pedagógica. O fracasso do aluno é também da escola, do professor e, em última análise, da própria sociedade. O currículo e sua prática, para terem sentido, precisam considerar a diversidade social e cultural, os anseios e expectativas dos jovens e, sobretudo, a dinâmica do conhecimento no mundo moderno. Um currículo com foco na construção de competências, ancorado em princípios pedagógicos de contextualização, interdisciplinaridade e resolução de problemas, e que inclui a alternativa do trabalho por projetos, deve propor conceitos e instrumentos de avaliação coerentes com estas concepções. Isto, porém, é novo e representa um desafio adicional a professores e equipes que muitas tarefas já têm na reconstrução de caminhos metodológicos e de novas práticas pedagógicas.

Segundo Pedro Demo (1999), o que confere destaque, necessidade e dignidade à avaliação em termos educacionais é a sua razão: a aprendizagem. Entretanto, este autor nos alerta para o equívoco de querer negar seu efeito classificatório ou escalonador, e considera que a avaliação é feita para classificar, escalonar e averiguar o que sucede ao fenômeno avaliado em termos de evolução, potencialidade, qualidade, situação, etc. A discussão, então, deve se voltar para o compromisso de orientar estes processos para educar, aprender, formar e garantir as oportunidades.

A avaliação das aprendizagens envolve atividades, técnicas e instrumentos que permitam verificar se o aluno adquiriu conhecimentos, competências, habilidades, capacidades, atitudes etc. Mesmo no caso de se querer uma avaliação de conhecimentos "puros", aquilo que o professor faz é a observação de certas competências do aluno, isto é, a observação dos seus saberes postos em ação. O professor nunca estará em posição de verificar as aquisições do aluno a não ser que este, convocado por uma atividade de avaliação apropriada,

³ O tratamento que o conteúdo recebe para ser ensinado na escola.

manifeste-se, comporte-se ou aja de algum modo empiricamente acessível. As atividades de avaliação exigirão sempre uma ação ou comportamento observável, a partir do qual se possa inferir ter se concretizado ou não aquela aquisição. Este saber que o aluno põe em ação corresponde àquilo que chamamos de *competência*.

Em um currículo com foco nas competências, provas e testes não devem ser abandonados, mas elaborados sob novos conceitos e referenciais. No lugar de valorizar a memorização de fatos e adestramento no uso de fórmulas, os instrumentos de avaliação devem propor situações que exijam dos estudantes a mobilização de competências, desafiando-os a agir de modo criativo em diferentes situações e contextos. A partir do objetivo de se desenvolver uma mesma competência em um dado contexto, pode-se mobilizar diferentes conteúdos e abrir caminho para avaliações interdisciplinares. Esta é uma tendência nos novos vestibulares, seguindo a linha do Exame Nacional do ensino Médio (ENEM).

Não se deve esquecer que competências levam tempo para serem construídas. Assim, as avaliações devem acompanhar este progresso e considerar que haverá diferentes graus de autonomia por aluno, em cada etapa e em cada campo do conhecimento. A auto-avaliação deve ser estimulada, bem como a avaliação coletiva⁴. Os critérios de avaliação devem estar claros para alunos e professores, sem os jogos de poder que historicamente caracterizam as práticas de avaliação. Portfólios individuais ou por grupos e turmas, relatórios, redações, intervenções concretas decorrentes de projetos, são alguns dos exemplos de estratégias de avaliação apropriadas à prática curricular com foco nas competências.

Currículo, escola e avaliação a serviço da aprendizagem e não da exclusão

É essencial que a concepção e os instrumentos de avaliação estejam integrados ao contexto da *gestão curricular*. A avaliação não pode ser tratada e concebida desvinculadamente de outros processos como o planejamento, orientações metodológicas e materiais utilizados. Esta vinculação, numa visão sistêmica do currículo, permitirá o monitoramento dos resultados em função dos objetivos traçados e, quando necessário, levará à reorientação de estratégias.

Acreditar no sucesso do aluno e nele investir, sendo generoso na avaliação, não significa fechar os olhos para as suas dificuldades e simplesmente promovê-lo a um nível seguinte sem que ele tenha condições para isso. É, antes de mais nada, comprometer-se com o auxílio e o trabalho para que ele as supere. Ao valorizar a heterogeneidade e a diversidade, compreendemos que cada aluno traz saberes

⁴ São três as **funções da Avaliação**: diagnóstica, formativa e somativa, conforme estabelecidas por SCRIVEN (1973). A **função diagnóstica**, verifica em que os alunos já demonstram competência ou em que nível de desenvolvimento e aprendizagem se encontram (os resultados do diagnóstico são orientadores de intervenções educativas futuras); a **função somativa** tem o objetivo de auxiliar o professor e o estudante a realizarem uma avaliação global do desenvolvimento alcançado pelo aluno ao final de um período de trabalho escolar; finalmente, a **função formativa**, tem a função de regulação do processo de aprender e do resultado desta aprendizagem, verificando o modo de pensar do estudante, o ritmo de trabalho e a maneira como realiza a aprendizagem (o resultado da regulação orienta intervenções no processo de ensinar e de aprender).

que não devem ser ignorados e que cada indivíduo aprende de modo diferente do outro. E só há aprendizagem quando há desequilíbrio: encontrar o que provoca, encoraja, instiga ou estimula cada estudante, para depois ajudá-lo a construir o conhecimento, é um dos principais desafios propostos aos educadores atuais.

A Matemática é uma disciplina em que, tradicionalmente, os estudantes apresentam dificuldades, isso quando não trazem em sua experiência medos e traumas a ela relacionados. Porém, como sabemos, é plenamente possível e necessário construir um ensino de matemática atraente, significativo e estimulante para o jovem que se apresenta em nossas salas de aula. Tendo clareza do significado dessa disciplina e de como está presente no universo vital dos alunos, o currículo transforma-se em algo muito mais amplo e necessário que uma lista de conteúdos ou procedimentos didáticos.

No currículo, competências, conteúdos e contextos se entrecruzam, dando unidade e identidade à disciplina, ao mesmo tempo em que a articulam com as demais. Isso sem perder de vista que a Matemática compõe uma área do Ensino Médio (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias) e como tal deve colaborar na construção de competências que não se restringem ao âmbito da disciplina, mas são compromissos da área como um todo.

Avaliação: os instrumentos devem ser usados com critério

Testes e provas com foco nas competências

Ao elaborar um exercício, um teste ou prova, que pretenda avaliar muito mais que o conteúdo, é importante ter em mente:

- A competência/habilidade a ser avaliada no item em questão;
- Os conceitos (que conteúdos devem ser mobilizados pelo aluno para resolver o problema proposto);
- O contexto (o recorte problematizado, no tempo e espaço);
- As articulações possíveis entre disciplinas (quando for possível, uma mesma atividade pode ser utilizada na avaliação de duas ou mais disciplinas).

O Portfólio

A atividade de confecção de um *portfólio* exige do aluno um maior grau de envolvimento e responsabilidade em relação à sua aprendizagem. O portfólio é um instrumento onde o professor registra as metas de desenvolvimento de competências e habilidades previstas em seu *plano de curso*, as estratégias metodológicas para atingi-las, os *indicadores* para verificá-las e, sobretudo, as observações que realiza com relação a elas no trabalho com seus alunos.

Por ser um reflexo do percurso do aluno, o portfólio permite detectar problemas e dá chances de resolvê-los. Nele, inserem-se todos os tipos de instrumentos de observação e de avaliação da aprendizagem (testes, provas, exercícios), assim como trabalhos e registros de projetos que testemunhem os processos de aquisição de competências (fotos, desenhos, redações, relatórios, textos, etc.).

Pode-se utilizar um fichário, uma pasta ou outra forma de organização. Porém, é fundamental perceber que não se trata de mera coleção de trabalhos organizados, mas de uma organização planejada da produção dos estudantes e das observações feitas pelo professor, ao longo de determinado período letivo (ou todo o Ensino Médio). O portfólio proporciona uma visão ampla e pormenorizada do seu desenvolvimento, devendo estar registrados comentários tanto do aluno quanto do professor (inclusive de outras disciplinas), identificando os elementos significativos da progressão do seu aprendizado. Funciona, assim, como um instrumento de comunicação entre os educadores sobre suas experiências com um mesmo grupo de alunos.

No âmbito de uma avaliação que dê suporte às aprendizagens significativas, não podem ser valorizados apenas os produtos. Assim, não apenas as produções finais devem constar no portfólio, mas as intermediárias, que indiquem o caminho percorrido e as etapas do processo. O portfólio permite a avaliação em situações complexas de aprendizagem, o que faz dele uma ferramenta importante para verificar e gerir a progressão de determinada competência, refinando e validando métodos e estratégias de ensino.

Fichas de observação

Podem ser elaboradas para avaliação do desenvolvimento de competências do aluno. E funcionam melhor quando associadas ao portfólio. Ao longo do ano letivo, diferentes situações de aprendizagem irão focar uma mesma competência (interpretar gráficos, por exemplo), embora com conteúdos variados. É importante observar e registrar o crescimento do aluno naquela competência na medida em que ele vai vivenciando as atividades.

Quando uma mesma competência é acionada em atividades de diferentes disciplinas, é importante que os professores registrem e articulem suas observações para que se tenha um quadro o mais completo possível do desenvolvimento do aluno. Esta troca de impressões entre as diferentes disciplinas acerca do aprendizado do aluno e da turma deve ser mediada por instrumentos de registro coletivo e encontros presenciais, não só para lançamento de notas, mas para buscar realinhamento de estratégias, quando necessário. Afinal, todos devem fazer um esforço conjunto em prol do sucesso efetivo do aluno.

Competências de comunicação e o desenvolvimento do pensamento matemático

Projetos educacionais baseados em redes de aprendizagem cooperativa são mediados por processos de comunicação que envolvem todos os seus integrantes, criando um grande campo em que são compartilhados objetivos, experiências, linguagens e sentidos. Assim, é preciso que se tenha um amplo entendimento das relações entre comunicação e aprendizagem e que o currículo contemple e integre esta perspectiva.

Para aprender, é necessário dar sentido às informações, construindo para elas significados a partir das experiências vividas. Para que este processo se consolide, é preciso dispor de recursos de linguagem que nos permitam compartilhar estes significados com aqueles com quem interagimos socialmente, na escola, em família, entre amigos ou no trabalho.

Nos ambientes de aprendizagem, estão em jogo relações que vão muito além da simples troca de informações. No diálogo que se constrói em sala de aula, lidamos com a gestão de hábitos, interesses, códigos, modos de ver o mundo, de se relacionar com o outro e com a própria informação. E para que as informações veiculadas na escola possam ser convertidas em conhecimento significativo, é preciso investir numa concepção de educação que prepare para a comunicação – comprometida com o desenvolvimento de competências comunicativas – que formem cidadãos preparados para dominar códigos e recursos de comunicação – que permitam compreender as mais variadas informações recebidas e expressar idéias e opiniões de modo autônomo por meio de diferentes veículos de comunicação.

Refletir sobre o ensino de matemática levando em conta as articulações entre pensamento e linguagem, entre meios e mediações, implica conhecer as habilidades lingüísticas necessárias ao pensamento matemático. E se perguntar: que base de comunicação e linguagem é necessária estar estruturada para que um estudante elabore o pensamento geométrico no plano ou no espaço, o pensamento algébrico, a análise e interpretação de dados e informações e assim por diante.

Na perspectiva de um Currículo por Competências, é fundamental que o professor possa identificar se os estudantes, de diferentes idades e contextos sociais, trazem consigo ou não as competências e habilidades de comunicação, necessárias para poderem pensar, interpretar e representar por meio da linguagem matemática, como serão exigidos pelo currículo. E que se proponham estratégias para que eles as possam desenvolver e exercitar.

São competências de docência e gestão relacionadas ao novo currículo:

Estudo e Pesquisa

Postura criativa e científica (empírica) sobre a avaliação;
Capacidade de problematizar e investigar situações pedagógicas.

Metodologia

- Capacidade de compreender de forma contextualizada as condições amplas de inclusão social e cultural do cidadão;
- Trabalho com métodos de ensino elaborados e diversificados;
- Criação no currículo de oportunidades educativas diversificadas;
- Trabalho com metodologias que contextualizem o conhecimento para o estudante;
- Promoção de situações de protagonismo social e pedagógico para os alunos;
- Identificação do grau de desenvolvimento de seus alunos em termos de diversas competências e de planejar intervenções para desenvolvê-las;
- Elaboração de articulações interdisciplinares;
- Elaboração, desenvolvimento e implementação de projetos pedagógicos;
- Capacidade de trabalhar em equipe e de forma cooperativa.
- Atitude pedagógica solidária e generosa.

Comunicação

- Capacidade de identificar os elementos de comunicação e linguagem que mediam e organizam o processo de aprendizagem e conhecimento;
- Identificação dessas competências nos alunos e propor formas de intervenção para desenvolvê-las em seus alunos

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Parte 2

O desenvolvimento de competências em Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM+) da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias apresentam as competências a serem desenvolvidas pelo ensino de Matemática no Ensino Médio. O desenvolvimento dessas competências busca dar conta das necessidades que os sujeitos apresentam, na sociedade atual e no futuro, ante um quadro em mutação constante, no qual a ciência e a tecnologia estão cada vez mais presentes. A Matemática está relacionada a um número crescente de profissões já existentes e às novas atividades que surgem no mundo moderno. Além disso, o convívio e o aproveitamento de um universo tão grande de informações, a que todos estamos expostos, exige a capacidade crescente de lidar com a leitura e a interpretação de gráficos, conhecimento estatístico, uso de dados e quantidades em vários contextos, percepção do espaço e das formas, fazer previsões e estimativas, argumentar logicamente, entre tantas competências.

Do ponto de vista cognitivo e intelectual, a Matemática é uma ferramenta essencial na organização dos processos mentais, contribuindo fortemente para o desenvolvimento de nossa capacidade de resolução de problemas. E, num mundo de grande demanda pelo conhecimento, a Matemática desenvolve e exercita essa capacidade, propondo ao estudante tanto situações ligadas a contextos concretos, quanto as que exigem a capacidade de abstração, das quais também não se pode abrir mão na prática curricular.

Os PCNEM+(2003) nos apresentam as competências organizadas em três grandes campos, que são:

- *Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;*
- *Investigação e compreensão, competências marcadas pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;*
- *Contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.*

Os PCNEM+ apresentam uma seqüência detalhada das competências e exemplos de como desenvolvê-las.

Por exemplo, *“acompanhar e analisar os noticiários e artigos relativos à ciência em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, ter independência para adquirir informações e estar a par do que se passa no mundo em que vive”* são ações relacionadas ao desenvolvimento da competência *“consultar, analisar e interpretar textos e comunicações de ciência e tecnologia veiculados em diferentes meios”*.

Outro exemplo: *“frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística, por exemplo, para calcular distâncias ou efetuar medições em sólidos, utilizar conceitos e procedimentos de geometria e medidas, enquanto para analisar a relação entre espaço e tempo no movimento de um objeto, optar pelo recurso algébrico das funções e suas representações gráficas”*. Estas são ações relacionadas ao desenvolvimento da competência *“identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e elaborar possíveis estratégias para resolvê-la”*.

Ao planejar suas aulas e outras atividades, o professor deve garantir que as situações de aprendizagem tenham o foco em uma ou mais competências, sendo as atividades propostas os meios para construí-las⁵. Da mesma forma, ao avaliar os alunos, a situação ou instrumento de avaliação deve exigir a competência *em ação*, para que seja possível verificar seu desenvolvimento em cada aluno. Por exemplo, se o objetivo é avaliar a competência *“identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e elaborar possíveis estratégias para resolvê-la”*, é fundamental observar as estratégias que o aluno utiliza para resolver problemas propostos.

Os PCNEM+ apresentam 38 competências a serem desenvolvidas em Matemática. É importantíssimo que o professor sonde e identifique o nível de desenvolvimento cognitivo de seus alunos e seja capaz de propor estratégias de enfrentamento de possíveis defasagens encontradas, percepção que se acentua quando o docente passa a buscar o desenvolvimento de competências e não exclusivamente o domínio restrito de conteúdos.

Um bom exercício para todos os agentes envolvidos no processo de ensino-aprendizagem é procurar justificativas e orientações metodológicas voltadas para o desenvolvimento de cada competência. Este Referencial busca contemplar todas elas. Por exemplo, justificativas e ações voltadas para a competência *“compreender o desenvolvimento histórico da tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e*

⁵ Tanto os PCNEM ou os PCNEM+ quanto o documento Abordagem Metodológica do Multicurso Matemática, apresentam de forma sistematizada um rol de competências e habilidades que devem ser desenvolvidas no Ensino Médio. O professor pode consultá-lo a fim de ter um quadro panorâmico das competências cujo desenvolvimento é previsto para as séries do Ensino Médio.

na criação de novas necessidades, nas condições de vida”, serão encontradas com freqüência nas páginas a seguir, destacando fatos históricos que buscam dar conta dessa sensibilização.

Os grandes campos de competências e a comunicação na escola

Representação, interpretação e produção de textos, investigação, compreensão, resolução de problemas, análise crítica... Em seus três itens (representação e comunicação; investigação e compreensão; contextualização no ambiente socio-cultural), os grandes campos de competências propostos pelos PCNEM+ remetem-se diretamente a competências comunicativas, uma vez que seu desenvolvimento envolve as relações entre pensamento e linguagem, entre recepção e produção de informações, compartilhamento de significados e construção de sentidos.

Nos desdobramentos dos três grandes campos, fala-se ainda de outras competências relacionadas a processos de comunicação como: compreender e saber usar sistemas simbólicos, expressar-se através de diferentes linguagens, confrontar opiniões e pontos de vista colocando-se como protagonista no processo de produção e recepção de mensagens.

Os Parâmetros apontam claramente para a importância de educar para a comunicação, priorizando, no planejamento de ambientes de aprendizagem, estratégias que estimulem e criem oportunidades para o desenvolvimento de competências como o domínio de códigos, linguagens e recursos de interpretação e expressão.

Saber interpretar informações com autonomia, atribuindo-lhes sentidos próprios, relacionando-as à experiência vivida e saber gerar novos conhecimentos a partir das informações recebidas são competências exigidas de todos aqueles que buscam ser protagonistas em seus processos de inserção social.

Cabe à escola criar oportunidades atuais, democráticas, inovadoras e criativas para o desenvolvimento de cidadãos preparados para atuar significativamente na sociedade da informação. É preciso levar em conta o papel exercido pela mediação das linguagens e dos recursos que permitem sintetizar e trocar informações nos processos de aprendizagem.

Para cumprir plenamente sua função social no mundo de hoje, a escola deve garantir, em seu projeto político-pedagógico, o compromisso de aproximar as escolhas metodológicas das demandas contemporâneas de uma educação voltada para a formação de cidadãos prontos para se comunicar com seu meio de modo autônomo, cooperativo e criativo. Um olhar atento sobre a questão das mediações e das linguagens, enfim, dos aspectos de comunicação envolvidos na aprendizagem deve ter seu lugar entre os princípios que regem os projetos pedagógicos de nosso tempo.

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Parte 3

Pensando os conteúdos em termos de competências

O mundo atual exige cada vez mais autonomia, criatividade e capacidade de enfrentar diferentes situações-problema na vida cotidiana. Assim, cabe a nós educadores concebermos e planejarmos nossas práticas pedagógicas de forma a ampliar as oportunidades educativas para que gerem, de fato, estes benefícios aos estudantes.

A Matemática é uma ferramenta eficaz e necessária para a exploração, apreensão e representação do real. Embora nem todas as pessoas precisem dominá-la teoricamente de modo aprofundado, é importante que elas tenham os instrumentos necessários para investigar, resolver problemas, tomar decisões, fazer conjecturas, hipóteses e inferências, criar estratégias e procedimentos.

Uma nova postura frente ao currículo, no entanto, apresenta desafios concretos aos professores de Matemática e às equipes pedagógicas. Isso porque, se reconhecemos que a aprendizagem significativa implica pensar e agir pedagogicamente em termos do desenvolvimento de competências, de articulações interdisciplinares e de metodologias baseadas em contextualização, por outro lado sabemos que antigos procedimentos didáticos e rotinas pedagógicas padronizadas não mais irão nos satisfazer. Este incômodo, no entanto, deve motivar o professor a seguir o caminho da inovação, da *criatividade pedagógica* e da ousadia em sala de aula.

Inicialmente, é importante destacar três aspectos fundamentais da Matemática no Ensino Médio, sob a perspectiva educativa:

- O caráter formativo, que auxilia os alunos na estruturação do pensamento e do raciocínio lógico;
- O caráter instrumental de sua aplicação no cotidiano e em outras áreas do conhecimento, em contextos como o trabalho e a atividade profissional;
- A característica própria da Matemática, relacionada à elaboração abstrata das idéias, necessária no desenvolvimento dos conceitos e nas demonstrações dos encadeamentos lógicos dos seus aspectos dedutivos.

É fundamental que se possa proporcionar aos alunos o aprendizado de uma Matemática *significativa*, integrada e relacionada a outros conhecimentos. Entendida assim, ela é essencialmente formadora. E é nessa perspectiva que foi elaborado este Referencial Curricular de Matemática.

Pensando competências e conteúdos por eixos conceituais

Nos estudos atuais sobre currículos de Matemática, há consenso de que a Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio deve contemplar:

- O estudo de *números* e de *operações*, no campo da Aritmética e da Álgebra, que permite conhecer os conjuntos numéricos, suas propriedades e representações, a utilidade de cada um deles, sua evolução histórica, além de compreender o significado das operações básicas entre números e as relações existentes entre elas;
- O estudo do *espaço* e das *formas* no campo da Geometria, que permite o entendimento e exploração do espaço e sua forma, bem como as relações lógicas entre seus elementos;
- O estudo das *grandezas* e das *medidas*, que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria e de outros campos do conhecimento;
- O estudo do tratamento das *informações*, que permite ao cidadão compreender as mensagens que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos e a relacionar elementos utilizando idéias relativas à probabilidade e a estatística.

A partir desses pressupostos, foram estabelecidos os cinco eixos norteadores para a construção e organização dos conceitos, presentes neste Referencial Curricular:

- **Eixo 1: A Construção do Sentido Numérico**
- **Eixo 2: Medidas e Grandezas**
- **Eixo 3: A Construção da Percepção Geométrica**
- **Eixo 4: A Construção do Sentido Algébrico**
- **Eixo 5: Tratamento da Informação**

De modo geral, os conteúdos de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio são tradicionalmente apresentados de forma hierarquizada, enfatizando a idéia de *pré-requisitos*. De fato, alguns conhecimentos precedem outros e a maneira de organizá-los indica um certo percurso; mas um olhar mais detalhado nos mostra que muitos deles não estão subordinados entre si de maneira tão rígida. Na perspectiva tradicional, a opção de escolha dos conteúdos fica restrita àqueles que constituem os chamados pré-requisitos e não aos que seriam essenciais. Dessa forma, muitos temas importantes e interessantes são deixados de lado.

Uma alternativa para a organização dos conteúdos em uma abordagem curricular por competências exige uma abordagem pedagógica coerente. Consiste, notadamente, em buscar contextos significativos para o estudo dos conteúdos e, ao mesmo tempo, em indicar as possibilidades de conexões que podem ser estabelecidas entre eles (e também com outras disciplinas).

Porém, um referencial norteado a partir de cinco grandes eixos pode levar o docente a uma questão: como adaptá-lo à estruturação dos conteúdos por séries? E, de fato, o conceito de currículo como uma listagem de conteúdos organizados em séries pode aparecer como um resíduo de uma concepção tradicional de currículo. No entanto, uma escola que adota um referencial curricular focado no desenvolvimento de competências, e não no conteúdo, necessita de ampla flexibilidade quanto à organização dos conteúdos por séries, quanto à organização dos tempos e espaços escolares e tempo para discussão coletiva. Necessidades e interesses dos alunos, assim como aspectos históricos dos conceitos, além de especificidades metodológicas do docente, são exemplos de fatores que fundamentam a estruturação de um referencial curricular caracterizado pela possibilidade de se reordenar de forma flexível os conteúdos. O importante é que se tenham metas bem definidas ao propor o programa, e que as escolhas sejam feitas a partir de critérios pedagógicos bem fundamentados, coerentes e compartilhados entre os docentes.

Construindo a competência docente de escolher com critérios e autonomia

A flexibilidade com relação ao planejamento dos conteúdos no *plano de curso* exige do professor autonomia para realizar escolhas metodológicas e a utilização consistente de critérios pedagógicos. Essa característica, facilitadora em um processo ensino-aprendizagem focado no desenvolvimento de competências, permite um trabalho mais qualificado do docente. Os parâmetros que devem nortear a ordenação e seriação dos conteúdos são:

- O caráter de *transversalidade das competências*: o conhecimento é *meio* e não como um *fim* em si mesmo, cabendo ao docente selecionar as competências a desenvolver antes da escolha dos conteúdos, numa perspectiva transversal do currículo. Além disso, uma mesma competência pode ser desenvolvida por meio de vários conteúdos;
- *As oportunidades de realização de projetos* interdisciplinares: envolver outros professores e articular o desenvolvimento de competências com o estudo dos conceitos;

- *A avaliação diagnóstica* de entrada dos alunos e o recurso sistemático às informações sobre o seu histórico na disciplina: qualquer seleção de competências deve ser precedida de uma sondagem que posicione o professor o mais próximo possível do contexto cognitivo e dos interesses dos alunos. Essas informações influenciam claramente as escolhas do professor, mas é muito importante que ele tenha clareza do perfil de saída que quer alcançar com os alunos. Se há uma avaliação da entrada, e clareza da saída, as estratégias se definem de modo que o aluno possa se aproximar do perfil desejado. Cabe considerar que os interesses dos alunos também podem se modificar ao longo do processo. Por isso, as metas não devem estar em função exclusiva dos interesses do grupo. Mas, sem dúvida, considerá-los viabiliza, e muito, o processo de aprendizagem;
- *Contextualização*: é preciso conhecer o contexto vital significativo dos alunos, para a adequação de materiais didáticos e atividades, e para a escolha das aproximações temáticas mais relacionadas ao seu universo de interesses e conhecimento; os conteúdos podem ser agrupados a serviço do trabalho com um determinado contexto;
- *Recursos disponíveis*: ao disponibilizar determinados recursos que podem favorecer a aprendizagem, vários conteúdos podem ser trabalhados; no entanto, todos os critérios acima devem influir na escolha dos mais adequados. Também se pode agrupar conteúdos que utilizarão recursos comuns, dentro de uma mesma disciplina, ou que atendam a mais de uma disciplina, num determinado período. Por exemplo, o professor de Geografia pode estar usando alguns mapas, que podem atender ao professor de Física para trabalhar vetor posição e que atendem ao professor de Matemática, que vai trabalhar escalas.

Essas são algumas orientações de critérios que devem fundamentar as escolhas. Entretanto, não se desconsidera aqui os pontos afins entre conteúdos que tradicionalmente estão agrupados. Esses pontos de afinidade são, certamente, um parâmetro a mais que pode ser considerado. Além disso, a questão de um determinado conteúdo ser pré-requisito para outro também tem relevância. O mais importante nessa questão é que o docente tenha autonomia (isto é, que faça uso consciente de critérios pedagógicos) para escolher o melhor caminho para o seu trabalho. E sem correr o risco de associar um caráter absoluto ao programa tradicional. Como qualquer seleção, ela é feita para atender a certos critérios que, por sua vez, atendem à certa época, interesses e grupos, e podem ser completamente distintos daqueles que devem nortear o trabalho em outros contextos de aprendizagem.

O Referencial Curricular é apresentado, a seguir, por meio de quadros, em que cada eixo se divide em temas, e cada tema se subdivide em tópicos. Cada tópico vem acompanhado de uma *justificativa* e de *orientações metodológicas*. As justificativas são fundamentadas na aplicabilidade do assunto no cotidiano, na potencialidade de desenvolvimento de competências e habilidades, em sua contextualização histórica ou ainda, na sua importância para estudos e trabalhos futuros, inclusive de caráter interdisciplinar, podendo atender a um ou mais desses aspectos.

Eixo 1:

A Construção do Sentido Numérico

Na sociedade atual, a relação de uma pessoa com os *números* é maior do que em tempos passados. Diariamente, nos deparamos com situações envolvendo dados numéricos que precisam ser analisados, interpretados e utilizados, e com base nos quais, freqüentemente, precisamos tomar decisões. Os números cumprem funções como contar, medir, ordenar e identificar (a identificação é também conhecida como função código, isto é, os números como códigos nos telefones, nas linhas de ônibus, contas bancárias etc.). Sem uma sólida compreensão do conceito de número, todo o aprendizado da Matemática fica comprometido. Essa compreensão é fundamental para a estruturação de todo o pensamento matemático.

A *Construção do Sentido Numérico* envolve entender o significado e as formas de representar os números, as relações entre eles e os diferentes sistemas numéricos. Entender o significado das operações e como elas se relacionam entre si, calcular corretamente e fazer estimativas razoáveis.

Tema 1: Números: seus usos e funções

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
1.1) Representações Numéricas	Os números servem para ordenar, contar, selecionar, medir e codificar. Diversas situações, na natureza e na sociedade, necessitam de análises quantitativas e qualitativas, das situações mais simples às mais complexas. Ao longo da História, o homem aperfeiçoou os símbolos e códigos que traduziam quantidades. Conhecer as representações dos números e fazer uso delas é necessário para interagir com o mundo, como, por exemplo, reconhecendo e utilizando símbolos ou lendo e interpretando dados e textos apresentados em linguagem matemática.	<ul style="list-style-type: none">▪ Representar uma mesma quantidade através de diferentes representações numéricas;▪ Utilizar textos de jornais e revistas que possam sensibilizar para a necessidade de desenvolvimento do sentido numérico;

<p>1.2) Operações Numéricas</p>	<p>Uma operação associa a dois números dados, um terceiro. Inicialmente os alunos trabalharam com quatro delas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Usualmente, considera-se a adição e a multiplicação como operações “independentes”, autônomas ou diretas. Nesse caso, a subtração e a divisão não são autônomas, independentes ou diretas. São chamadas inversas. Se quisermos, podemos começar com a subtração e definir a adição como a inversa da subtração. O mesmo com a divisão. Só que é conceitualmente mais simples começar com a adição e a multiplicação. O outro caminho é bem mais trabalhoso.</p> <p>Conceitualmente, não se pode dizer que a adição e a multiplicação são autônomas. Na verdade, considera-se que a única operação autônoma é a adição, já que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais. A subtração depende da adição; a divisão, da multiplicação. Ao somar $4 + 3$, o número 7 obtido depende apenas da adição e será obtido pelo cálculo. A subtração entre 4 e 3 terá duas definições: uma a partir da própria subtração: $4 - 3$. Outra ligada à adição: o número que somado a 3 nos dará 4. O mesmo ocorre com a divisão.</p> <p>Em seguida, chega-se à potenciação e à radiciação. É interessante observar que a “resistência” das operações inversas é que fez, ao correr do tempo, o homem criar novos números: negativos e imaginários. A exigência de generalizar a subtração para dois números quaisquer levou à criação dos números negativos. É verdade que historicamente o caminho não foi bem esse, mas pode se pensar assim. Também, a exigência de generalizar a radiciação levou à criação dos números imaginários. O importante é perceber que as operações numéricas vêm atender às necessidades que a humanidade apresenta ao longo da história e se manifestam por meio de estratégias</p>	<p>Explorar situações como a dos exercícios comuns de preenchimento ($5 + \dots = 8$ e $5 \times \dots = 15$) reaparecem sob a forma de equações: $5 + x = 8$ e $5 \times x = 15$, que são facilmente resolvidas aqui: $x = 8 - 5$ e $x = 15 / 5$, tornando significativas essas operações aritméticas e algébricas.</p> <p>É importante observar que chama-se “operação” à “divisão euclidiana” que, matematicamente, não é uma operação. Dados dois números — o <i>dividendo</i> e o <i>divisor</i> — ela associa dois números — o <i>quociente</i> e o <i>resto</i> — em lugar de associar um só. Note-se também que na divisão euclidiana exata, o <i>resto</i> é zero. E deve-se esclarecer aos alunos que o “<i>resto zero</i>” não significa “<i>não ter resto</i>”.</p> <p>Uma boa estratégia para ampliar o conceito de divisão dos alunos é considerar, para cada operação, as propriedades: <i>associatividade, comutatividade, distributividade</i>; e os elementos: absorvente, neutro, regular, simétrico.</p>
--	--	---

	<p>distintas nas diferentes culturas, não sendo nenhuma delas mais "certa" que outra.</p>	
<p>1.3) Construção de Algoritmos</p>	<p>É fundamental reconhecer que existe uma distinção essencial entre uma <i>operação</i> e um <i>cálculo</i>. Ao operar com 7 e 6 pela adição, queremos encontrar na <i>soma</i>, que é o resultado da operação e que se escreve "7 + 6". Mas esta soma pode ser substituída por um número — 13 — expresso inicialmente pela expressão "7 + 6 é 13". Matematicamente, essa expressão se traduz pela igualdade: $7 + 6 = 13$.</p> <p>Ora, este novo número — 13 — é obtido por um processo distinto da equação e que se chama <i>cálculo</i>. A operação é, então, uma decisão, enquanto o cálculo é uma fase mecânica. Hoje, isso pode ser facilmente compreendido — a distinção entre <i>operação</i> e <i>cálculo</i> — pelo fato das calculadoras poderem se encarregar da fase mecânica, isto é, do cálculo, mas não da operação. Esta depende da escolha da pessoa.</p> <p>Para se efetuarem os cálculos das diversas operações, há <i>algoritmos</i> especiais: conjunto de regras que oferecem uma sucessão de manobras a se efetuar sempre na mesma ordem e do mesmo modo. Essas manobras são em número finito e se aplicam a um número também finito de dados. Apesar da existência de aparelhos mecânicos e eletrônicos que calculam, o uso de algoritmos matemáticos pelos alunos é altamente recomendado: são bonitos, interessantes e muito disciplinadores.</p>	<p>Quando se aprende <i>um</i> algoritmo, ele se torna o melhor de todos. Ninguém gosta de abrir mão daquele que aprendeu.</p> <p>Mas é interessante apresentar outros algoritmos existentes para cada operação. É promissor, inclusive, realizar disputas entre os alunos, individualmente ou em grupo.</p> <p>A História da Matemática é rica na apresentação de algoritmos especiais.</p>

Tema 2: Conjuntos Numéricos

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
<p>2.1) Conjunto dos Números Naturais</p>	<p>Os números naturais são usados para contar os objetos um por um. Entretanto, apenas recentemente, os mais antigos números foram pensados como um conjunto: 1, 2, 3,...</p> <p>Mais tarde, o zero foi "naturalizado" e, hoje, temos:</p> $\mathbf{N} = \{0,1,2,3,\dots\}$ <p>\mathbf{N} é o conjunto dos números naturais.</p>	<p>Pode-se fazer uma apresentação histórica dos números naturais e ilustrar com sua simbolização nos vários períodos históricos e nas várias civilizações.</p> <p>Apresentar diversos subconjuntos de \mathbf{N}. Conjuntos dos: <i>pares, ímpares, não-nulos, primos, perfeitos</i> etc.</p>
<p>2.2) Conjunto dos Números Inteiros</p>	<p>Os números negativos passaram por uma longa provação na história da matemática. Foram necessários séculos para serem concebidos e séculos para serem aceitos.</p> <p>Albert Girard (1595 - 1632) foi o primeiro a dar um significado geométrico aos números negativos.</p> <p>Hoje, a sua utilização no dia-a-dia não é mais embaraçosa. Pelo contrário, aparecem com frequência no cotidiano em situações que envolvem falta, dívida, débito, etc.</p>	<p>Partir da observação de que em \mathbf{N} não há solução para a subtração $3 - 5$. Como $5 - 3 = 2$, criou-se que $3 - 5 = -2$.</p> <p>Isto é facilmente verificável numa reta graduada: uma vez fixada uma origem, uma unidade definida, um sentido convencionalmente escolhido para ser o dos números positivos, então o sentido dos números negativos é o sentido contrário. Historicamente, foi essa proposição que venceu a resistência dos matemáticos aos números negativos. Ela é, também, uma boa representação para facilitar a conscientização dos números inteiros dos cálculos com eles para os alunos.</p>

<p>2.3) Conjunto dos Números Racionais</p>	<p>Aproveitamos uma idéia de Paul Karlson, apresentada em seu livro <u>A Magia dos Números</u>: <i>"Quando os zoólogos do séc. XVII diziam: mamíferos são seres vivos que amamentam seus filhotes, automaticamente imaginaram que os animais assim definidos possuíam quatro membros locomotores e habitavam terra firme... Num belo dia, porém, descobriu-se que os golfinhos dão à luz filhos vivos que são por eles amamentados. Chegou-se, então, à conclusão de que a definição deveria persistir e que apenas havia sido ampliado o reino dos mamíferos, passando, daí por diante, a abranger também os golfinhos, cujos hábitos bastante esquisitos diferiam muito dos hábitos dos demais animais assim classificados".</i></p> <p>Na Matemática, procede-se exatamente da mesma maneira: amplia-se o conceito de número para saber a definição. Com a divisão voltamos a romper uma fronteira e penetramos em novo reino: <i>o das frações</i>.</p> <p>A diferença é provocada pela vida prática: o homem logo aceitou as frações. Como prova disso, temos o papiro <i>rhind</i>, <i>O Livro de Calcular de Ahmes</i>, um dos mais antigos textos de matemática do mundo, com muitos problemas que envolviam frações. Com a criação dos números indo-arábicos chegou-se à criação das <i>dízimas</i> ou "números decimais" ou "números com vírgulas".</p>	<p>Uma boa introdução aos racionais é dividir quadrados em faixas de mesma largura para, assim, representar frações ao se colorir algumas das faixas.</p> <p>Outra é caracterizar por um ponto da reta graduada, frações dadas. E vice-versa. O mesmo se faria com números decimais.</p> <p>Surge, então, a questão: <i>que números decimais se caracterizam como números racionais? Com esses, como transformar números decimais racionais em frações e vice-versa?</i></p> <p><i>E quais os seus algoritmos?</i></p>
---	---	--

<p>2.4) Conjunto dos Números Reais</p>	<p>No século VI a.C., após demonstrar o teorema hoje atribuído a Pitágoras, e chamado teorema de Pitágoras, os matemáticos gregos procuraram duplas de números naturais que gerassem ternos que satisfizessem o enunciado do teorema:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ A dupla "3 e 4" gera o <i>terno</i> (ou <i>tríplica</i>) "3, 4 e 5" porque $3^2 + 4^2 = 5^2$, ▪ A dupla "6 e 8" gera o <i>terno</i> (ou <i>tríplica</i>) "6,8 e 10" porque $6^2 + 8^2 = 10^2$ <p>Um dia, ao experimentar o par "1 e 1" aconteceu algo que mudaria para sempre a compreensão sobre o ser humano e sobre as possibilidades que ele tem:</p> <p>ora, se colocarmos $1^2 + 1^2 = h^2$, isto implica que $h^2 = 2$ e, daí, que $h = \sqrt{2}$.</p> <p>Isso significava que um triângulo retângulo de catetos medindo 1, deveria ter uma hipotenusa medindo $\sqrt{2}$. Ora, embora soubessem calcular raízes quadradas, os gregos não sabiam <i>construir</i> um segmento desse tipo. Era a primeira vez que conseguiam deduzir um tal segmento.</p> <p><i>Conclusão de Pitágoras:</i></p> <p>"Raciocínio teórico leva a conclusões que a experiência através dos sentidos não alcança".</p> <p>Por causa desta descoberta de Pitágoras, conclui-se que o raciocínio teórico deveria ter um papel maior.</p> <p>Os gregos, então, faziam uma lista de textos evidentes tomados das experiências e, a partir deles, através de</p>	<p>Sobre uma reta graduada, a partir de 0 (zero), constrói-se um quadrado de lado medindo 1. Sua diagonal será $\sqrt{2}$. Projetada, por exemplo, por um compasso, marcará na reta o ponto que corresponde a $\sqrt{2}$. Com outras construções equivalentes, concluir-se-á:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Todo ponto de uma reta graduada corresponde a um número real; ▪ Todo número real tem, na reta graduada, um ponto que lhe corresponde. <p>A seguir, analisam-se as propriedades das operações em IR (conjuntos dos reais): adição, subtração, multiplicação, divisão (divisor não nulo), potenciação e radiciação.</p>
---	---	--

	<p>raciocínios, obtinham novos resultados.</p> <p>Estas atividades foram denominadas por Pitágoras como MATHEMA, de onde se originou MATEMÁTICA: MATHEMA --> MATEMÁTICA.</p> <p>Uma vez que números como $\sqrt{2}$ não eram racionais, passaram a ser denominados "irracionais". Uma nova ampliação se realizou. Mas isto demorou muito: só em 1872, graças a Dedekind, os matemáticos conseguiram explicar os números irracionais.</p> <p>A ampliação, agora, era de conjunto de números racionais para conjunto de números reais.</p>	
<p>2.5) Conjunto dos Números Complexos</p>	<p>Como resolver equações como $x^2+1=0$, por exemplo? Essas equações estavam destinadas, mesmo trabalhando em \mathbb{R}, a serem eternamente sem solução?</p> <p>Em 1777, Euler criou a notação de notação i, para substituir $\sqrt{-1}$.</p> <p>Em 1797, o norueguês Casper Wessel apresentou em livro – Ensaio Sobre a Representação Analítica da Direção – a primeira a representação geométrica dos imaginários.</p> <p>Em 1806, Argand faz o mesmo no seu livro Ensaio sobre uma Maneira de Representar as Quantidades Imaginárias nas Construções Geométricas.</p> <p>O termo "imaginário" foi criação de Descartes (1637) e "número complexo", de Gauss.</p>	<p>Introduzindo-se i como substituto de $\sqrt{-1}$, obtém-se que os números complexos têm a forma $a + bi$, onde a e b são números reais. Daí, apresenta-se as potências de i e as operações na forma algébrica.</p> <p>Representando i como a unidade do eixo cartesiano vertical, obtém-se a representação geométrica dos números complexos. Para turmas mais avançadas vale mostrar que multiplicar por i corresponde a fazer uma rotação de 90°. Logo i^2 é uma rotação de 180°, etc.. Por isso, a imagem de 1 pela rotação i é i; a imagem de i pela rotação i^2 é $-i$.</p> <p>Logo, podemos representar qualquer número complexo $a + bi$ sob a forma de par ordenado (a,b), onde a e b são números reais e representam as coordenadas do ponto de \mathbb{R}^2,</p>

	<p>Os números complexos hoje aparecem associados a diversas grandezas na ciência e na tecnologia. Sem os números complexos, seria impossível o desenvolvimento da Engenharia e da Mecânica Quântica, por exemplo.</p>	<p>que representa $a + bi$.</p> <p>Assim, os números complexos têm representações:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>Algébrica</u> - $a + bi$ - <u>Analítica</u> ou por pares ordenados - (a, b) - <u>Geométrica</u> (sob eixos coordenados). <p>Encontraremos também as representações:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Trigonométrica: $\cos \alpha + i \sin \alpha$ ▪ Simplificada: $\cos \alpha$ ▪ Exponencial: $e^{i\alpha}$ <p>Todas elas mostram o poder da Matemática e sua vasta extensão. Convenientemente apresentadas podem causar admiração nos alunos.</p>
--	---	---

Eixo 2:

Medidas e Grandezas

Na vida cotidiana, as *grandezas* e as *medidas* estão presentes em quase todas as atividades e situações. Desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático na vida prática. Grande parte das aplicações da Matemática no dia-a-dia está relacionada à medida de várias grandezas. A percepção clara do que é medir é fundamental para a construção de um conhecimento matemático produtivo e para a compreensão do alcance e das limitações de qualquer sistema de medida.

Este eixo é importante porque levará o aluno a ser capaz de entender as características mensuráveis dos objetos, as unidades e sistemas de medida e os processos de medição, assim como a representar dados, fazer estimativas e medidas, aplicar técnicas apropriadas, ferramentas e fórmulas para determinar medidas, elaborar hipóteses e interpretar resultados. É importante, ainda, como base instrumental para a aprendizagem em outros campos de conhecimento.

Tema 1: Medidas e Grandezas

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
1.1) Conceito de Medida	Medir é a base de toda a Geometria e uma característica central da Ciência desde a Revolução Científica (séc. XVII). <i>Medir</i> é caracterizar quantitativamente uma grandeza, associando-lhe um valor numérico, por meio da comparação de uma grandeza com outra, ou com um conjunto de outras.	Um debate em sala de aula, identificando no dia-a-dia a enormidade de situações que envolvem as medidas pode servir de ponto de partida. Recomenda-se destacar os distintos procedimentos utilizados para medir diferentes grandezas. É importante também exercitar a capacidade de estimativa dos alunos envolvendo comprimentos, temperaturas, massas, etc., em situações da própria sala de aula. Por exemplo: quanto deve medir a largura da sala? Qual é a temperatura no momento? Quanto deve ser a massa do estojo? Mesmo obtendo valores incorretos, esse tipo de atividade desenvolve o bom senso e a noção de grandeza.
1.2) Conceito de Padrões	É importante assinalar que medimos somente quando existe um <i>padrão</i> . É essencial que os alunos percebam o que caracteriza um bom padrão: uniformidade, precisão e fácil reprodução.	Um levantamento em sala de situações de alta tecnologia que exijam precisão nos resultados das medidas ou em situações cotidianas, como os esportes, pode ser bastante estimulante. Pode-se pedir para os

		alunos medirem comprimentos utilizando seu palmo e verificando que a discrepância nos resultados obtidos leva à necessidade de estabelecimento de um padrão.
1.3) Medida como Comparação	É muito importante que o aluno perceba que medir é comparar. E que perceba que medimos quando comparamos com um padrão e espessarmos a quantidade medida por meio de um número e de uma unidade, denominando o que medimos de <i>grandeza</i> . É um ótimo momento para o desenvolvimento da competência: <i>“Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas e cálculo”</i> .	É o momento de apresentar as mais variadas técnicas utilizadas nas medições e entender a utilização de réguas, balanças, termômetros, trenas, relógios, entre outros instrumentos de medida, cada qual com suas possibilidades e suas limitações.

Tema 2: Padrões

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
2.1) Padrões usuais de comprimento	É importante que o aluno possua clareza de que o metro é o primeiro padrão relativamente preciso. Mesmo que outros padrões já fossem bastante usados por outros países (como a jarda, o pé e a polegada) na época em que foi introduzido, logo após a Revolução Francesa. E que, com ele, nasceu o sistema métrico decimal. Além disso, é válido mostrar também a evolução das definições do metro ao longo da História.	Uma abordagem histórica dos sistemas de medidas poderá iniciar a discussão. É recomendável uma breve referência ao palmo, à jarda e à polegada. Em seguida, parte-se para a apresentação do metro, a evolução na sua definição e seus múltiplos.

<p>2.2) Padrões usuais de tempo</p>	<p>Juntamente com as unidades padrão de comprimento e massa, as unidades padrão de tempo (hora, minuto, segundo) formam a base para o trabalho posterior com unidades derivadas (velocidade, por exemplo). Além disso, vale sempre reforçar para o aluno que qualquer fenômeno que se repete periodicamente no tempo pode ser usado como “<i>relógio</i>”, isto é, como instrumento para medir o tempo. Por exemplo, o período de pulsação de alguns pulsares é extremamente uniforme e pode ser utilizado como unidade de medida de tempo.</p>	<p>Recomenda-se começar por um breve histórico das medições de tempo, desde o relógio de sol, passando pelo relógio d’água, pelo pêndulo, até os relógios atômicos. Em seguida, parte-se para a apresentação do dia, hora, minuto, segundo.</p>
<p>2.3) Padrões usuais de área</p>	<p>É importante o aluno identificar o metro quadrado e o quilômetro quadrado como as unidades de medida mais utilizadas na prática e ser capaz de realizar estimativas e comparações envolvendo essas unidades, em função de sua grande aplicação no cotidiano das pessoas.</p>	<p>Deve ser feita a distinção entre <i>área</i> e <i>superfície</i>. Na linguagem usual se faz essa confusão, mas esta importante diferença deve ser esclarecida ao aluno.</p> <p><i>Superfície</i> é um objeto matemático, geométrico. Área é um número que “mede” a superfície.</p> <p>O maior destaque deve ser feito para o metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos. Entretanto, recomenda-se citar o hectare (10.000 m²) e o alqueire (que difere em diversas regiões do país). O alqueire mineiro e goiano, por exemplo, corresponde a 48.400 m². Já o alqueire paulista, corresponde a 24.200 m².</p>

<p>2.4) Padrões usuais de volume e capacidade</p>	<p>É essencial que o aluno diferencie as unidades-padrão de volume (por exemplo, o metro cúbico) das de capacidade (por exemplo, o litro). E que seja capaz de realizar estimativas dessas unidades e suas subdivisões, percebendo a grande aplicação prática dessas unidades.</p>	<p>É muito importante que se dê significado ao m^3 e seus múltiplos e submúltiplos. Recomenda-se criar situações em sala de aula nas quais os alunos estimem volumes e capacidades. A relação do litro, usado como medida de capacidade, com o dm^3 também pode ser bastante explorada, inclusive usando material concreto, como o Material Dourado, por exemplo.</p> <p>É preciso, ainda, chamar a atenção do aluno para o fato de que capacidade não se refere somente a líquidos, erro recorrente em muitos livros didáticos. Por isso, deve-se começar o trabalho com os alunos a partir da definição de <i>volume</i> como a quantidade de espaço ocupado por um corpo e de <i>capacidade</i> como o espaço que um corpo tem para armazenamento.</p>
<p>2.5) Padrões usuais de massa</p>	<p>Muito presentes no cotidiano, as unidades de massa, a partir do grama, com seus múltiplos e submúltiplos, associadas a situações práticas, são essenciais para a compreensão do conceito de <i>massa</i> como quantidade de matéria de um corpo.</p> <p>Vale ressaltar que a unidade de massa no Sistema Internacional de Unidades é o quilograma, que equivale à massa de um cilindro de platina e irídio, mantido no Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM), em Sèvres, na França. E que ainda é o único, dentre as unidades do Sistema Internacional, definido por um artefato. Antes, o quilograma era a massa equivalente a um decímetro cúbico de água à temperatura de $4,44^\circ C$. Hoje existe a proposta de substituí-lo por uma definição que não repousa sobre um</p>	<p>A ênfase deve ficar nas conversões entre o grama, seus múltiplos e submúltiplos e a tonelada. Entretanto, vale a pena destacar o quilate (0,2g) e a arroba, (14,688 kg), pois são bastante usados em alguns contextos.</p>

	<p>artefato: a seguinte definição, ainda que não oficial, está sendo proposta:</p> <p><i>"O quilograma é a massa de um corpo em repouso cuja energia equivalente, iguala-se à energia de uma coleção de fótons com frequência total de $135\ 639\ 247 \times 10^{42}$ hertz".</i></p> <p>Essa equação usa a equivalência entre massa e energia dada pela equação de Einstein: $E=mc^2$.</p>	
--	---	--

Tema 3: Números e Grandezas

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
3.1) Conversões entre unidades de comprimento	Serão inúmeras as situações nas quais o aluno terá necessidade de converter os múltiplos e submúltiplos de metro entre si, além de conversão das unidades do Sistema Métrico Decimal para jardas, pés e polegadas, ainda muito usadas em países de língua inglesa e em áreas como construção e mecânica.	Seguindo-se ao trabalho de apresentação das unidades padrão de comprimento, com destaque para o metro, parte-se para os procedimentos de conversão entre elas, fundamentais para todo o trabalho em Geometria, Física, Química e outras disciplinas.
3.2) Conversões entre unidades de tempo	Serão também inúmeras as situações nas quais o aluno terá necessidade de converter os múltiplos e submúltiplos da hora entre si.	Por formarem um sistema sexagesimal, é importante que o professor trabalhe as conversões entre hora, minuto e segundo de forma comparativa com o sistema decimal, destacando situações como, por exemplo, que 1,25h equivale a 1h15min. Os alunos tendem a confundir bastante essas conversões.

3.3) Conversões entre unidades de área	Uma atenção especial por parte do professor para a conversão entre unidades de área, destacando sua diferença das conversões entre unidades lineares, serão a base para o enfrentamento de muitas situações-problema futuras. É importante ser explorado também o hectare, pois é a unidade de medida de área de plantio mais utilizada no país.	O maior cuidado que o professor precisa ter aqui é tornar significativo o fato de, por exemplo, 1 dm^2 valer 100 cm^2 . O Material Dourado pode ajudar bastante nesse momento. Somente após essa etapa cabe a generalizar o procedimento, que é rapidamente esquecido e confundido com as conversões lineares, caso seja o conteúdo trabalhado desprovido de significado concreto.
3.4) Conversões entre unidades de volume, de capacidade e a relação entre elas	É bastante recomendável também um trabalho aprofundado de conversão entre os múltiplos e submúltiplos de metro cúbico, e sua relação com os múltiplos e submúltiplos do litro, destacando-se as diferenças de procedimento dessas conversões para as que envolvem unidades de área e de comprimento. O cálculo de volumes, em Geometria Espacial é apenas um exemplo da necessidade de dominar essas conversões. A grandeza <i>volume</i> estará presente em muitos assuntos que serão estudados em disciplinas como Física, Química e Biologia.	Mais uma vez, o antigo Material Dourado pode ser de grande valia para que o aluno perceba que 1 dm^3 vale 1000 cm^3 . Esse trabalho dá significado para a posterior generalização. Recomenda-se criar situações em sala de aula nas quais os alunos estimem volumes e capacidades, a partir de material concreto.
3.5) Conversões entre unidades de massa	As unidades grama, quilograma e tonelada são muito presentes na nossa vida cotidiana. É fundamental que o aluno saiba relacioná-las.	Recomenda-se trabalhar as conversões entre o grama e seus múltiplos e submúltiplos, aproveitando o significados dos prefixos <i>quilo</i> , <i>hecta</i> , <i>deca</i> , <i>deci</i> , <i>cente</i> e <i>mili</i> . Vale um destaque para a conversão da tonelada para o quilograma.

Tema 4: Grandezas e Potências de 10

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
4.1) Potências de base 10	<p>Dependendo da grandeza que é calculada, podem aparecer números muito grandes ou muito pequenos. Além disso, algumas conversões entre unidades tornam-se extremamente exaustivas. Para simplificar o trabalho com números nessa situação, a utilização das potências de 10 é bastante facilitadora.</p> <p>Temos aqui uma ótima oportunidade de trabalhar o desenvolvimento da competência: <i>"identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos para decidir se a resolução de um problema requer cálculo exato, aproximado, probabilístico ou análise de médias. Por exemplo, de acordo com uma dada situação, escolher número de algarismos apropriado ou fazer aproximações adequadas, optar pelo uso de fração, porcentagem, potências de dez; escolher melhor unidade para representar uma grandeza"</i>.</p>	<p>Recomenda-se aqui uma revisão da escrita de valores numéricos muito grandes ou muito pequenos, para sua escrita em potências de 10. É importante dar continuidade ao trabalho de conversões de unidades, utilizando as potências de 10.</p>
4.2) Notação Científica	<p>Para que se adote um padrão internacional de representação das medidas, os cientistas utilizam a apresentação das mesmas em notação científica.</p>	<p>Dando seqüência ao trabalho com potências de 10, é importante apresentar aqui a convenção de escrita de números em notação científica, o que será fundamental para o trabalho com <i>ordens de grandeza</i>. É importante, entretanto, separar as etapas:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Primeiro, escrever, caso necessário, os números usando potências de 10;▪ Segundo, converter unidades, caso necessário, usando potências de 10.▪ Terceiro, passar para notação científica.

		Os alunos tendem a atropelar essas etapas.
4.3) Ordem de Grandeza	<p>Sabemos que as grandezas possuem <u>valores</u> que variam de muito grandes a muito pequenos. Por exemplo, a escala de comprimentos conhecidos varia desde o comprimento do raio do núcleo atômico até o raio do Universo. Por isso, em muitos casos, o que interessa é o valor aproximado das grandezas, para que possamos compará-las. Nesses casos, basta a potência de 10 mais próxima.</p> <p>Esse assunto é fundamental para o desenvolvimento da percepção de mundo do aluno, explicitada através da competência do eixo Investigação e Compreensão: <i>"Fazer previsões e estimativas de ordens de grandeza, de quantidades ou intervalos esperados para os resultados de cálculos ou medições e, com isso, saber avaliar erros ou imprecisões nos dados obtidos na solução de uma dada situação-problema"</i>.</p>	<p>Esse momento é extremamente importante para o desenvolvimento do senso estimativo, do raciocínio lógico e da percepção de mundo. Quanto maior a diversidade de assuntos, acompanhados do exercício da capacidade de estimar valores e grandezas, mais significativo e melhor será o resultado do trabalho. Escalas de maiores e menores comprimentos, maiores e menores massas, maiores e menores temperaturas, entre tantas, podem ser bastante exploradas. Exercícios de estimativas de valores muito grandes ou muito pequenos, a partir de situações cotidianas como, por exemplo: "Qual é a ordem de grandeza do número de horas que uma pessoa de 70 anos já viveu?" ou "Qual é a ordem de grandeza da distância de Goiás ao Rio de Janeiro?" podem ser bastante enriquecedoras.</p>

Eixo 3:

A Construção da Percepção Geométrica

Usar as formas *geométricas* para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante na compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas.

Desta forma, a Geometria torna-se importante no Ensino Médio, tanto pelas aplicações no cotidiano (áreas, volumes etc.) como pelas suas aplicações científicas (construções, modelos de átomos e moléculas, diagramas de forças, trajetórias de projéteis e planetas etc.).

O estudo da Geometria é fundamental para a formação integral do aluno e o desenvolvimento desse eixo permitirá:

- Analisar as características e propriedades das formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos sobre as relações geométricas;
- Localizar e descrever relações espaciais usando variados sistemas de representação de coordenadas;
- Aplicar transformações e usar simetrias para analisar situações matemáticas;
- Usar visualização, noção de espaço e modelagem geométrica para resolver problemas;

Tema 1: Geometria Plana

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
1.1) Semelhança de triângulos	Dois Triângulos podem ter formas diferentes (por exemplo: um seria triângulo retângulo e outro triângulo equilátero). Mas podem ser triângulos de mesma forma com tamanhos diferentes. Dizemos então que são semelhantes. Neles, os ângulos correspondentes têm o mesmo tamanho. Isso implica	Há vários passos possíveis para introduzir o tópico: mostrar, esquematicamente, figuras semelhantes em fotografias, dobraduras, desenhos ou na histórica medida das pirâmides (por Tales de Mileto). A possibilidade de aplicação e a grande variedade de problemas

	<p>que os lados correspondentes são <i>proporcionais</i>.</p> <p>Isso não acontece com outros polígonos - somente com os triângulos. <u>Dois polígonos podem ter os ângulos correspondentes iguais e não ter os lados correspondentes proporcionais; ou os lados proporcionais, sem que os ângulos sejam iguais.</u> Outra peculiaridade do triângulo é ser uma figura <i>rígida</i>, o que faz com que ele seja muito utilizado em várias atividades.</p> <p>Reconhecer <i>triângulos semelhantes</i> é uma das necessidades para interagir com o mundo (fotografias, terrenos, mapas, etc). Como a idéia de semelhança leva a estudar relações numéricas e de formas entre lados e ângulos, ela propicia uma grande variedade de aplicações: altura de árvores, altura de edifício, altura de um monte, etc.</p> <p>Entendido tudo isso, o aspecto histórico do tópico aumentará e muito a compreensão sobre o ser humano nas diferentes épocas. São importantes fatos como a medida de altura das pirâmides do Egito (Tales de Mileto), a distância entre corpos celestes, etc. Chega-se a conclusão de <u>que, para verificar se dois triângulos são semelhantes, basta medir os ângulos.</u></p>	<p>possíveis, bem conduzidos, certamente sensibilizarão os alunos.</p>
--	---	--

<p>1.2) Relações métricas no triângulo retângulo</p>	<p>Observa-se que “relação” é uma palavra constantemente utilizada para significar uma <i>ligação constatada</i> entre dois entes. Este tópico permite descobrir relações insuspeitadas entre elementos de um triângulo retângulo. Isso abre a imaginação para novas conquistas e para aplicações importantes.</p> <p>Se forem feitas incursões históricas, o aluno terá mais elementos para conhecer, avaliar e compreender o desenvolvimento humano. As aplicações são inúmeras e podem ser usadas pelos alunos (individualmente ou em grupo) em projetos de plantas arquitetônicas, maquetes, mapas etc.</p>	<p>Tudo o que se refere a este tópico pode ser encontrado, pelos alunos, a partir de geoplano ou de desenhos. No início, é importante salientar para eles os novos elementos que podemos obter num triângulo retângulo (além dos <i>ângulos, catetos e hipotenusa</i>).</p> <p>Basta considerar a altura relativa à hipotenusa para surgirem:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) <i>Altura</i> relativa à hipotenusa; (2) <i>Projeção</i> de <u>cada cateto</u> sobre a hipotenusa (<u>duas porções</u>); (3) <u>Dois triângulos</u> (semelhantes) gerados pela altura relativa à hipotenusa. <p>E descobrir as relações matemáticas que existem entre os cinco novos elementos e os elementos já conhecidos do triângulo retângulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ A partir de dois dos segmentos da figura, determinar os quatro outros; entre os seis comprimentos colocados em jogo pelo triângulo retângulo e sua altura, observar que três são médias proporcionais: <i>cada cateto, entre a hipotenusa e a projeção sobre a hipotenusa; a altura, entre as projeções que ela determina sobre a hipotenusa; produto dos catetos iguala o produto da altura pela hipotenusa.</i>
---	---	--

<p>1.3) Polígonos regulares inscritos na circunferência e comprimento da circunferência</p>	<p>Considerando que os polígonos podem ser convexos e tomando-se cinco pontos — A, B, C, D, E — é possível escrever 12 “palavras” diferentes (‘ABCDE’, ‘BACDE’, etc). Aparentemente há 12 formas de ligar os cinco pontos.</p> <p>Na realidade, haverá 12 figuras distintas.</p> <p>Se os alunos construírem as 12 figuras distintas, obterão o polígono convexo, os polígonos côncavos e os polígonos cruzados. O polígono regular (aquele que possui congruentes todos os lados e todos os ângulos) tem sido, desde a Antiguidade, a base de decorações geométricas e das construções arquitetônicas.</p> <p>Simultaneamente, por causa dessas construções, o ser humano foi levado a dividir a circunferência em partes congruentes. Aqui, muitos fatos históricos, especialmente da História da Arte, podem ser apresentados. Os alunos terão possibilidades de construir figuras decorativas. A partir dos polígonos regulares, os alunos obterão eixos de simetria, poderão inscrevê-los numa circunferência e entrarão em contato com o número π. Aqui, muito da História pode ser conhecida.</p>	<p>Utilizar geoplano circular, por exemplo, para introdução. Mostrar que há polígonos inscritíveis, regulares e não regulares. Os polígonos regulares são inscritíveis e equiláteros.</p> <p>Concluir, por exemplo, que:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Um polígono regular admite tantos eixos de simetria quantos lados possuir; ▪ Um polígono regular, com um número par de lados, admite um centro de simetria. <p>Construir polígonos regulares a partir de divisões congruentes de uma circunferência. Salientar que um polígono é uma curva (linha) simples fechada tal que*</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Está num plano (é subconjunto de um plano); ▪ É a união de segmentos tal que dois segmentos sucessivos não sejam colineares.
<p>1.4) Áreas</p>	<p>O cálculo de áreas está presente em várias situações do cotidiano, em atividades simples como encapar um livro, forrar uma mesa ou a reforma da casa.</p> <p>Esse momento do trabalho com os alunos é uma excelente oportunidade para o desenvolvimento da competência: <i>“Reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema”</i>.</p>	<p>Concepções erradas podem ser corrigidas na mente do aluno pelo uso do geoplano e do tangram. Quatro fósforos, palitos ou canudinhos, colocados em quadrado, mostrarão facilmente o cálculo de área:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ se um quadrado tem um lado representado por 1 fósforo, dizem que sua área A é igual “ao quadrado” construído: $A = f \times f = f^2$

		<ul style="list-style-type: none"> ▪ se dissermos que uma área dada é composta de 15 desses quadrados de fósforos, diremos que ela é $A = 15f^2$. <p>O importante é que o aluno associe o cálculo de áreas com expressões ou fórmulas que lhe sejam significativas, e não memorizadas.</p> <p>Situações que envolvam figuras de mesma área, mas formas distintas, também podem contribuir muito para o desenvolvimento da competência citada ao lado.</p>
--	--	---

Tema 2: Geometria Espacial: de Posição e Métrica

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
2.1) Geometria espacial de posição	<p>A geometria grega era essencialmente especulativa. As aplicações eram vistas com desprezo, por exemplo, por Platão. Os elementos de Euclides, as cônicas de Apolônio e muitos trabalhos de Arquimedes não trazem nenhuma aplicação.</p> <p>É um relacionamento complexo entre Geometria e Filosofia. O objetivo era organizar, sistematizar. Como se sabe, a Geometria era, para os gregos, uma fonte de prazeres, fruto da vitória do intelecto sobre os problemas. Mas era também o resultado de exigências lógicas, de explicar os resultados a partir de certas coisas básicas admitidas como axioma, principalmente de posicionamento de figuras. O inter-relacionamento das figuras gerou uma quantidade expressiva de conceitos.</p> <p>Alguns termos (devidamente explicados) esclarecerão esse inter-relacionamento: "contido", "pertence", "colineares", "coplanares"</p>	<p>Para iniciar a compreensão dos inter-relacionamentos das figuras, pode-se construir uma experiência: numa tábua de madeira, faça dois furos A e B. Coloque, no furo A perpendicularmente à tábua, um arame que se supõe prolongado infinitamente para representar a reta r. No furo B, coloque outro arame que representará a reta s.</p> <p>Vê-se, então, que a reta s poderá tomar três posições em relação à r:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Ser <i>paralela</i> à r. Haverá, então, um plano que conterá as duas retas. 2) Encontrar r em um ponto. Neste caso,

	(ou "complanares"), "determina".	<p>as retas são "incidentes" e haverá um plano contendo ambas.</p> <p>3) Não encontrar r sem ser paralela a ela. Não haverá plano que as contenha. Então, serão retas "reversas".</p> <p>Assim como as retas são relacionadas segundo suas posições, faríamos o mesmo com dois planos: ou seriam paralelos ou se cortam segundo uma reta. Neste último caso, diremos que formam um <i>diedro</i>. Exemplos de diedros: paredes com o teto, paredes com o solo, portas giratórias e parede etc.</p>
<p>2.2) Poliedros: prismas e pirâmides</p>	<p>Muitas idéias importantes da Geometria Plana podem ser encontradas por meio de investigações sobre polígonos. De modo semelhante, muitas idéias importantes da Geometria Espacial podem ser encontradas pelas investigações de poliedros.</p> <p>Salientar que um poliedro é convexo se:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) é a união de n polígonos convexos ($n \geq 4$); b) Dois quaisquer desses polígonos não são <i>complanares</i>; c) Cada lado de um polígono é comum a dois e somente dois polígonos; d) O plano de cada polígono deixa os demais num mesmo semi-espaço. <p>Num poliedro aparecem: <i>faces (polígonos convexos)</i>; <i>arestas (os lados dos polígonos)</i>; <i>vértices (os vértices dos polígonos)</i>; <i>ângulos planos (ângulos do polígono)</i>; <i>diagonais (todo segmento que une</i></p>	<p>Para que se inicie bem a sua apresentação, é importante lembrar que os poliedros são facilmente contextualizados, como em: móveis, livros, salas, edifícios etc.</p> <p>Mas também é muito atrativo o uso de dobraduras para a construção de prismas, pirâmides e poliedros platônicos (regulares).</p> <p>Além disso, podem ser usados palitos, fósforos e canudinhos para a construção de esqueletos de poliedros.</p> <p>Cartas de cartolina com a forma de polígonos e que têm (lateralmente) orelhas dobráveis e aberturas nas pontas para a colocação de elásticos, também permitem a construção de poliedro.</p> <p>No comércio há vários <i>kits</i> para essas</p>

	<p><i>dois vértices não situados numa mesma face).</i></p> <p>É importante considerar: <i>diedros</i> → <i>triedros</i> → <i>poliedros</i>; <i>pirâmides</i>; <i>prismas (paralelepípedos)</i>; <i>poliedros regulares (ou platônicos)</i>.</p> <p>Em geral, um prisma tem duas faces que são polígonos congruentes de n lados; tem, também, n outras faces que são paralelogramos. Já uma pirâmide terá, como face, um polígono de n lados; e terá n faces triangulares que são ligadas individualmente à base e se encontram num ponto comum: "o vértice da pirâmide".</p> <p>Os poliedros platônicos permitirão, além do estudo matemático, fornecer muitas considerações históricas fascinantes.</p>	<p>construções.</p>
<p>2.3) Corpos redondos</p>	<p>Assim como os prismas e pirâmides, os corpos redondos estão presentes em muitas situações do cotidiano. E são inúmeras aquelas que envolvem o cálculo de volumes e capacidades, assim como o de superfícies.</p> <p>Os copos em geral são cilíndricos, muitas frutas são esféricas, as casquinhas de sorvete são cônicas. Perceber que cortar um cone na metade de sua altura, gera um cone com $1/8$ do volume, por exemplo, é uma excelente oportunidade para o desenvolvimento da percepção do espaço.</p>	<p><i>O cilindro e o cone</i> podem ser construídos a partir de dobraduras; <i>a esfera</i> não.</p> <p>Mas os três sólidos podem ser visualizados pela rotação de polígonos e círculos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • A rotação de um retângulo em torno de um de seus lados gerará um cilindro reto; • A rotação de um triângulo retângulo em torno de um dos catetos gerará um cone reto; • A rotação de um círculo em torno de um de seus diâmetros gerará uma esfera.

Tema 3: Geometria Analítica

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
<p>3.1) Ponto e reta</p>	<p>A partir de Descartes, passou-se a enxergar um ponto no plano como um par ordenado de números. E no espaço como um terno ordenado de números.</p> <p>As retas, os círculos e outras figuras geométricas passaram a ser representadas como equações em x e y. Assim surgiu a Geometria Analítica, na qual se usa a álgebra para a solução de problemas geométricos. As figuras, que antes eram desenhadas, passaram a ser representadas por equações com letras e números. Passou-se, então, a colocar "tudo" em gráfico: variação da temperatura de um paciente, as oscilações de venda de um produto, etc. Tudo em forma de pontos e curvas.</p> <p>Foi Descartes quem introduziu o sistema de índices em potências ou o costume de designar a ordem da potência em equações com x^2, x^3 etc.</p> <p>A história da vida de Descartes é muito interessante e vale a pena ser conhecida pelos alunos.</p>	<p>Um geoplano pode introduzir elementarmente as coordenadas (naturais) no plano.</p> <p>Em seguida, estuda-se uma reta numérica, na qual nomeia-se, como números reais, cada ponto da reta. Este instrumento permitirá "visualizar" o conjunto de números como conjunto de pontos.</p> <p>Colocando duas retas intersecantes e perpendiculares e numerando cada uma de modo adequado; o ponto de interseção é o zero de cada uma, os números positivos estão à direita (na horizontal) e acima (na vertical). Assim, foram construídos os eixos coordenados.</p> <p>O próximo passo é encontrar a fórmula que dá a distância entre dois pontos.</p> <p>Usando-se sentenças matemáticas com duas incógnitas (x e y) em 1º grau, e atribuindo-se números adequados a cada incógnita, obtém-se uma tabela de pares ordenados que colocados sobre o plano que contém os eixos coordenados, obtém-se uma reta.</p> <p>Desta forma pode-se iniciar o trabalho com retas.</p>

<p>3.2) Circunferência</p>	<p>Se a reta nos dá, em Geometria Analítica, uma equação do 1º grau em x e y, natural se perguntar: e a circunferência, qual equação a representa?</p> <p>De modo adequado, o aluno será levado a encontrar a fórmula procurada.</p> <p>Em seguida, de posse da equação de uma circunferência e da equação de uma reta, é razoável perguntar-se: quais as posições relativas dessa reta e dessa circunferência?</p> <p>Obtida a resposta, é quase certo que surgirá uma nova pergunta: quais as posições relativas de duas circunferências, dadas suas equações?</p> <p>Serão externas? Tangentes externamente? Tangentes internamente? Secantes? Internas não concêntricas? Ou concêntricas?</p>	<p>Desenha-se uma circunferência no 1º quadrante e tangente aos dois eixos cartesianos. Seu centro C tem coordenada x_0 e y_0. O ponto genérico P tem coordenada x e y. P pertence à circunferência <u>se e somente se</u> a distância de P ao centro é igual ao raio.</p> <p>Assim, obtém-se a equação reduzida da circunferência.</p> <p>“Desenvolvendo” a equação reduzida obtém-se a equação geral.</p>
<p>3.3) Seções cônicas</p>	<p>As curvas <i>elipse</i> e <i>parábola</i> foram frutos de um importante trabalho realizado pelo matemático grego Apolônio (262 - 190 a.C.), e que se denominaria <u>As Cônicas</u>. Essas curvas foram assim chamadas porque podem ser obtidas pela secção de um cone reto de duas fases por um plano.</p> <p>As equações reduzidas à elipse, parábola e hipérbole são equações do 2º grau e características. Vale lembrar que essas curvas representam trajetórias de vários movimentos na Natureza. Por exemplo, a primeira Lei de Kepler afirma que a trajetória do movimento dos planetas em torno do Sol é uma elipse; uma bola, ao ser chutada, segue a trajetória de uma parábola.</p>	<p>Com régua, barbante, tachas (ou pregos) e esquadro é possível desenhar as cônicas. Para cada material haverá um processo.</p> <p>Elas também podem ser obtidas por intermédio de dobraduras de papel ou retas diversas que, adequadamente posicionadas, as “sugerirão”.</p> <p>Obedecendo as definições de cada cônica (como lugar geométrico de pontos) e utilizando fórmulas da distância de dois pontos, chega-se facilmente às equações reduzidas de cada uma.</p>

Eixo 4:

A Construção do Sentido da Álgebra

Quando começamos a usar letras para representar números, estamos iniciando o estudo da Álgebra.

São inúmeras as aplicações da Álgebra, dentro e fora da Matemática. A mais comum é sua utilização como ferramenta na resolução de problemas. Mas há outras como, por exemplo, expressar a relação entre grandezas (muito utilizada em fórmulas, na Física e na Química), representar propriedades de números ou operações e descrever padrões.

O trabalho com esse eixo permitirá ao aluno:

- Entender padrões, relações e funções (estudo das estruturas);
- Representar e analisar situações matemáticas e estruturas usando símbolos algébricos (simbolização);
- Usar modelos matemáticos para representar e entender relações quantitativas (modelagem);
- Analisar mudança em diversas situações (estudo de variação).
- Entender a diferença entre Aritmética e Álgebra, levando à conclusão das vantagens da linguagem algébrica;
- Entender a importância das equações e inequações, enfatizando a tradução de informações dadas em texto para a linguagem algébrica e para a compreensão e análise das técnicas de resolução.

Tema 1: Linguagem Algébrica

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
1.1) Tradução de contextos diversos em linguagem algébrica	Este é o momento de se proporcionar aos alunos que vivenciem os princípios que regem o novo universo, que se abre a eles com a utilização da linguagem algébrica como tradutora de fenômenos naturais e como instrumento para modelar as relações entre	Uma breve contextualização histórica traz grande valor ao trabalho com a Álgebra. Em seguida, cabe ao professor oportunizar aos alunos “traduzirem” uma série de

	<p>grandezas, sendo essas relações as mais diversas. Se uma das formas de se conceber a Matemática é vê-la como linguagem, cabe ao professor, aqui, apresentar situações e atuar como verdadeiro tradutor de contextos envolvendo grandezas que se relacionam quantitativamente.</p> <p>Foram muitos séculos até que a generalização proporcionada pela utilização das letras na Matemática ganhasse o uso em grande escala. Somente sete séculos após Al-Khowarizmi e outros matemáticos passarem a resolver equações, mas usando ainda palavras, é que o advogado francês François Viète introduziu as letras para representar as incógnitas nas equações. Nessa época, em pleno Renascimento, o mundo passava por grandes mudanças - era também o período dos Grandes Descobrimentos. Era, assim, necessário expressar quantidades de uma forma mais geral; por exemplo: para o comércio que começava a ocorrer em escala global.</p>	<p>situações explicitadas em linguagem comum para a linguagem algébrica.</p> <p>Recomenda-se também o resgate das operações que justificam as técnicas utilizadas para resolver as equações. É importantíssimo que os alunos entendam o porquê dessas regras.</p> <p>O universo de apresentação dos contextos deve ser o mais rico possível e em grau crescente de complexidade.</p> <p>Distinguir quando as letras são utilizadas como incógnitas nas equações e quando são usadas como variáveis nas expressões algébricas e fórmulas, deixa claro para o aluno a ampla utilização da Álgebra na ciência, na economia, nas linguagens de programação e em muitas outras atividades.</p>
--	--	---

Tema 2: Conjuntos e Conjuntos Numéricos

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
<p>2.1) A noção de conjunto</p>	<p>Muitos matemáticos consideram que toda a Matemática pode ser formulada na linguagem dos <i>conjuntos</i>. Portanto, a noção de conjunto fundamenta a apresentação de muitos conceitos matemáticos. Observe: os conjuntos numéricos, as figuras geométricas, o conjunto das funções, o conjunto das matrizes... Tudo pode ser enquadrado no conceito de conjuntos.</p> <p>A linguagem dos conjuntos permite dar aos conceitos e às proposições o rigor e a generalidade que são características básicas</p>	<p>O trabalho com os conjuntos deverá partir da noção intuitiva que os alunos já possuem. Em seguida, deverão ser apresentados os símbolos e as convenções utilizadas no estudo dos <i>conjuntos</i>.</p> <p>Uma observação importante é evitar dizer "Teoria dos Conjuntos" para o trabalho que é feito nos Ensinos Fundamental e Médio. Não</p>

	<p>da Matemática.</p> <p>A partir da década de 1930, o uso da linguagem e da notação de conjuntos provocou grande mudança nos métodos e na profundidade dos resultados. Por isso, sem os exageros da época da "Matemática Moderna", recomenda-se, sempre que possível, a utilização dos conjuntos em sala de aula.</p>	<p>há teoria no trabalho nesses níveis. Apenas a introdução à linguagem e às notações.</p>
2.2) Propriedades	<p>Os conjuntos podem expressar propriedades. Por exemplo, o conjunto $I = \{1,3,5,7,9,\dots\}$ expressa a propriedade p: x é um número natural ímpar. A condição c: x é um número inteiro que satisfaz a equação $x^2 - 1 = 0$, pode ser expressa pelo conjunto $\{-1,1\}$. Os conjuntos substituem as "propriedades" e as "condições" e são mais simples de trabalhar.</p>	<p>Trabalhar exercícios que expressem propriedades e condições por meio de conjuntos e vice versa.</p> <p>Vale alertar para o fato de que propriedade é <i>atributo</i>, e condição é <i>requisito</i>. Um objeto <i>goza, possui</i> ou <i>tem</i> uma propriedade. Já condições são <i>satisfeitas</i> ou <i>cumpridas</i>. Nunca diga "x satisfaz a propriedade p".</p> <p>Qualquer propriedade contraditória serve para definir o conjunto vazio. Por exemplo, o conjunto $\{x x \text{ é natural e solução de } x+1=0\}$ é o próprio conjunto vazio representado pelos símbolos \emptyset ou $\{ \}$.</p>
2.3) Relações	<p>A relação de inclusão fundamenta todo o trabalho com operações entre conjuntos e está estreitamente relacionada com a implicação lógica.</p>	<p>Pode-se ser trabalhar situações que diferenciam a relação de inclusão entre subconjuntos e conjuntos e a de pertinência entre elementos e conjuntos. São contextos bastante confundidos pelos alunos. Em seguida, pode-se se trabalhar a relação entre a inclusão e a implicação lógica.</p>
2.4) Operações	<p>As operações de reunião (\cup) e interseção (\cap) são equivalentes</p>	<p>Primeiramente cabe apresentar as operações</p>

	<p>em lógica aos conectivos “e” e “ou”. Essa relação será de grande utilidade em vários contextos, como no estudo de sinal, nos problemas de contagem, no cálculo de probabilidades, por exemplo.</p>	<p>reunião, interseção e diferença usando diagramas.</p> <p>Uma discussão importante a ser assinalada aqui é que quando afirmamos que $x \in A \cup B$ significa que “$x \in A$ ou $x \in B$”, utilizamos o “ou” em contexto distinto da linguagem comum, quando normalmente se refere a situações excludentes (vamos para o cinema ou para o teatro?). Em Matemática afirmar “p ou q” significa que pelo menos uma das afirmações é válida.</p>
<p>2.5) Conjuntos Numéricos</p>	<p>O estudo dos conjuntos numéricos dá uma excelente noção da evolução histórica do conceito de número. Na medida em que a necessidade de ampliação deste conceito foi se fazendo necessária, os conjuntos numéricos foram surgindo, com suas propriedades e operações básicas entre seus elementos.</p> <p>Entretanto, é importante salientar que a história dos conjuntos numéricos não seguiu a ordem lógica que se pode esperar numa primeira análise. Partiu-se dos Naturais para os Racionais positivos, em seguida para os Reais positivos; aceitou-se a contragosto os números negativos e, antes de se explicar bem o que são os números negativos, chegou-se a uma formulação válida para os Números Complexos.</p>	<p>Os conjuntos deverão ser apresentados em ordem crescente de complexidade, partindo do conjunto dos números naturais e chegando até o conjunto dos números complexos. Esse trabalho, dentro de uma abordagem histórica, se torna extremamente significativo.</p>
<p>2.6) Intervalos</p>	<p>Os subconjuntos de \mathbb{R}, determinados por desigualdades, são de grande importância na Matemática. Por exemplo, no estudo das funções reais de variável real ele se torna imprescindível.</p>	<p>Um grande número de exercícios poderá ser resolvido pelos alunos envolvendo intervalos e as operações entre eles. Grande parte da dificuldade que os alunos podem encontrar no estudo das funções reais de variável real deve-se à dificuldade de trabalhar com os intervalos.</p>

Tema 3: Funções

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
3.1) Conceito de Função	<p>Aqui se vivencia o momento crucial para todo o trabalho que será realizado com as funções. As noções de variável, dependência, regularidade e generalização são essenciais para o trabalho com as funções.</p> <p>Uma vez assimilado com clareza pelos alunos, o conceito de <i>função</i> poderá ser identificado por eles em Física, Química, Biologia, Geometria, Linguagem de Programação, Economia, Geografia e em tantas outras situações. Ele legitimará todo o instrumental que se seguirá à definição: os problemas envolvendo modelagem, a representação gráfica, a representação analítica, a análise de domínios e conjuntos imagem.</p> <p>Cabe um destaque à questão da modelagem: modelar situações-problema e construir modelos que descrevem fenômenos será uma habilidade necessária nos mais diversos campos de atuação profissional.</p> <p>Além disso, o trabalho a ser feito com a <i>representação gráfica</i> de funções viabiliza o desenvolvimento da capacidade de análise gráfica, tão presente no cotidiano, em jornais, revistas e em situações específicas da maioria das áreas de atuação profissional.</p>	<p>É importante que o professor tenha grande percepção da turma com que trabalha, identificando o momento em que apresenta as formalizações: as convenções de <i>notação</i> e a definição de <i>função</i> mediante da utilização de símbolos.</p> <p>Em vez de apresentar o conceito de função usando a linguagem simbólica, cabe deixar esse momento para o final da exposição do tema.</p> <p>O professor pode criar em sala de aula situações que mostrem a distinção nas relações entre grandezas. Construindo, por exemplo, duas tabelas, uma que relaciona os alunos da turma com o nome de seus irmãos, caso os possuam, e outra que relaciona os alunos com sua altura atual. Os próprios alunos poderão perceber a distinção entre relações de grandezas que são ou não são função. Também pode, com essas tabelas, discutir <i>domínio</i>, <i>contradomínio</i> e <i>conjunto imagem</i>.</p> <p>O que é realmente importante no conceito de função é a noção de uma variável y variando quando outra variável x varia.</p> <p>Estando a noção intuitiva bem assimilada, o professor pode partir para um trabalho mais</p>

		descontextualizado, abstrato e formal, introduzindo as <i>notações</i> .
3.2) Função Afim	<p>Percebendo que a maior parte dos contatos iniciais que os nossos alunos têm relacionando duas grandezas, são aqueles em que a taxa de crescimento é constante, poderemos verificar a riqueza do trabalho com <i>funções afim</i>, que constituirão a maioria das fórmulas que eles terão contato em Física e Química.</p> <p>O conceito de <i>grandezas diretamente proporcionais</i>, trabalhado por meio das funções lineares, já é de grande familiaridade para os alunos. Por essa razão, o que se acrescenta aqui é a aquisição de maior formalização e abstração.</p>	<p>O professor deverá estar atento e sensível para que possa partir das concepções que os alunos já possuem.</p> <p>É recomendável a apresentação de várias situações, nas quais uma grandeza varia em função da outra com possibilidade de taxa de variação constante. Gastos numa loja em função da quantidade de mercadorias adquiridas, consumo médio de combustível em um carro em função dos quilômetros percorridos, a conversão entre unidades de medida de temperatura, gasto anual com o aluguel de um imóvel, são exemplos de situações que podem ser apresentadas.</p> <p>Parte-se, então, para um trabalho de modelagem desses contextos, destacando como se pode generalizar situações com taxa de variação constante. A meta é chegar à representação analítica e gráfica de forma genérica.</p> <p>Não é recomendável denominar em $f(x)=ax+b$, o número a como <i>coeficiente angular</i>. Na representação gráfica de uma função afim, o ângulo que aparece com o eixo horizontal depende das unidades escolhidas para as grandezas. A reta tem coeficiente angular, mas uma função tem</p>

		<p><i>taxa de variação.</i></p> <p>Outro cuidado é não nos referirmos às funções afim como <i>funções de 1º grau</i>. Não é a função que possui grau, mas sim o <i>polinômio</i>.</p>
<p>3.3) Função Quadrática</p>	<p>São várias as situações na Natureza em que uma grandeza varia em função da outra por meio de uma relação quadrática. Os alunos já possuem familiaridade, por exemplo, com a expressão que fornece a área de um quadrado em função de seu lado e a do círculo em função do raio. Ainda entrarão em contato com a expressão da energia cinética de um corpo em movimento, da posição de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado, a que descreve a trajetória de um corpo lançado obliquamente, a descrita por uma bola chutada a partir do solo, só para citar alguns exemplos em Física. Mas, em quaisquer situações que apresentam crescimento e depois decrescimento, apresentando um valor máximo, ou que apresentam decrescimento e depois crescimento, apresentando um valor mínimo, busca-se primeiramente modelar por funções quadráticas. O lucro de um comerciante em função do preço da mercadoria que vende pode crescer até um ponto, para depois decrescer, pois passa a vender menos, na medida em que vende mais caro.</p>	<p>Explorar situações de <i>modelagem</i> (como as descritas ao lado) enriquece o trabalho prévio, antes das generalizações.</p> <p>Poderá ser apresentado em sala, por exemplo, utilizando um simples barbante amarrado nas pontas, o seguinte problema:</p> <p>Dentre todos os retângulos que se pode formar utilizando as mãos e esse barbante, qual é o que possui área máxima?</p> <p>Mostrando inicialmente retângulos cuja altura vai crescendo, percebe-se que a área vai aumentando até a formação de um quadrado para depois passar a diminuir. A modelagem desse problema leva a uma função quadrática.</p>

	Esse é um ótimo momento para trabalhar a competência: <i>“Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo”</i> .	A exploração prévia dessas situações prepara o aluno para as generalizações e formalizações que serão feitas e para posterior identificação de comportamentos modelados por funções quadráticas em situações diversas. Por fim, estuda-se o sinal da função. Vale recomendar aos alunos muito cuidado na resolução de inequações. Muitos caem em erros recorrentes ao resolverem inequações do tipo $x^2 - 4 > 0$, tratando-as como equação.
3.4) Função Modular	O conceito de <i>módulo</i> aparece por diversas vezes na descrição da natureza, como por exemplo, no conceito de distância entre duas posições de um corpo e em Geometria, quando se apresentam as condições de existência de um triângulo.	O passo fundamental aqui é trabalhar a definição de <i>módulo</i> , associando-a a situações em que se faz necessário a utilização desse conceito. A partir da apresentação dessas situações, pode-se seguir para o trabalho com <i>equações modulares</i> , que preparam os alunos para o trabalho posterior com as funções modulares, sua expressão analítica e sua representação gráfica.
3.5) Função Exponencial	O comportamento de populações de microorganismos, o modelo de Malthus de crescimento populacional, o cálculo da meia-vida de amostras de substâncias, a expansão de epidemias e as aplicações em Matemática Financeira, com os juros compostos, são alguns exemplos de situações em que grandezas podem variar exponencialmente em função do tempo. Mais importante ainda é a	Recomenda-se inicialmente a apresentação de situações-problema simples, cujo comportamento exponencial esteja presente. Por exemplo: “A partir de uma certa quantidade inicial de bactérias presentes numa determinada cultura cuja quantidade

	<p>percepção do significado de um crescimento ou decréscimo exponencial. A percepção da ordem de grandeza das medidas, necessária para a compreensão do mundo que nos cerca, só estará efetivamente desenvolvida quando a relação exponencial entre grandezas estiver devidamente compreendida.</p>	<p>dobra a cada hora, quantas bactérias estarão presentes após 10 horas?”.</p> <p>Uma revisão das propriedades de potenciação talvez seja necessária, dependendo da turma.</p> <p>Outras situações, como as citadas ao lado, podem ser apresentadas ou pesquisadas pelos alunos, levando-os às generalizações e formalizações.</p>
<p>3.6) Logaritmo e Função Logarítmica</p>	<p>A escala de intensidade sonora, a escala Richter que fornece a intensidade de um terremoto, o pH de uma substância, são exemplos de situações calculadas em <i>escalas logarítmicas</i>. O mais importante aqui é que o aluno perceba a diferença de um comportamento <i>logarítmico</i> para um linear. Por exemplo, a escala Richter, expressa por $I = \frac{2}{3} \log E/E_0$, onde I é a intensidade do terremoto, E é a energia liberada e E₀ vale 7×10^{-3} kwh, nos leva a concluir que o aumento de 1 unidade em I, significa uma energia liberada aproximadamente 31,6 vezes maior.</p>	<p>A partir de situações como as apresentadas ao lado, a definição de logaritmo deverá ser apresentada de forma muito clara aos alunos. A palavra “logaritmo” não tem significado prévio para eles, diferente da palavra “exponencial”.</p> <p>As propriedades só deverão ser apresentadas após o domínio da definição de <i>logaritmo</i>, por meio da resolução da quantidade de exercícios que for necessária para garantir bastante familiaridade com o conceito.</p>

Tema 4: Progressões

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
4.1) Seqüências	A idéia de <i>seqüência</i> deve aparecer relacionada à idéia de função, pois uma seqüência é uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais.	A apresentação de seqüências diversas como desafios lógicos costuma ser bastante instigante para os alunos. Deverão ser apresentadas Seqüências variadas, além das Progressões Aritméticas e Geométricas, que serão analisadas posteriormente. Em seguida, a apresentação da notação usual para seqüências serve como preparação para os estudos das progressões.
4.2) Progressões Aritméticas	As progressões aritméticas deverão ser apresentadas como funções afins com domínio igual a \mathbb{N} . Por isso, a analogia direta com os contextos apresentados nas funções afins é imediata. Também podem ser pensadas como seqüências de pontos sobre uma reta, situados a igual distância de seus vizinhos imediatos.	Após apresentar as progressões aritméticas como descrito ao lado, demonstrar para os alunos a expressão do termo geral como uma generalização imediata da definição, permite que os alunos não encarem essa expressão como mais uma "fórmula", e sim como uma expressão de dedução imediata, caso necessite. Apresentar a soma por meio de histórias como a do matemático Gauss: ainda criança, foi solicitado que somasse de 1 a 100, e respondeu imediatamente; nada mais fez do que multiplicar 101 por 50. Isso leva à apresentação da expressão da soma de forma significativa e à conclusão quase imediata de várias propriedades.

<p>4.3) Progressões Geométricas</p>	<p>As progressões geométricas deverão ser apresentadas como funções exponenciais com domínio igual a \mathbb{IN}. Por isso, é imediata a analogia direta com os contextos apresentados nas funções exponenciais.</p>	<p>Após apresentar as progressões geométricas como descrito ao lado, demonstrar para os alunos a expressão do termo geral como uma generalização imediata da definição, permite que os alunos não encarem essa expressão como mais uma "fórmula", mas como uma expressão de dedução imediata, caso necessitem.</p> <p>Um grande destaque poderá ser dado ao estudo da soma de termos de uma Progressão Geométrica com razão de módulo menor que 1. Certamente, é a maior oportunidade que os alunos possuem no Ensino Médio de discutirem a idéia de convergência e a noção intuitiva de limite. Apresentar com o auxílio da Geometria pode tornar ainda mais significativa a soma de 1 quadrado + meio quadrado + $\frac{1}{4}$ do quadrado + $\frac{1}{8}$ do quadrado + ... tendendo a 2 quadrados.</p>
--	---	--

Tema 5: Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
<p>5.1) Matrizes: conceituação, representação e classificação</p>	<p>O estudo das matrizes é extremamente aplicado em ciência e tecnologia, sendo ferramenta fundamental em Física, Engenharia, Economia, Informática e outras áreas.</p>	<p>O conceito de <i>matriz</i> poderá partir de tabelas, amplamente presentes em jornais e revistas. A seguir, as notações e convenções deverão ser apresentadas. Uma série de problemas para familiarização na notação poderá preceder o trabalho com as</p>

		operações. Parte-se, então, para a classificação de algumas matrizes, como a quadrada, a matriz identidade, a matriz simétrica, entre outras.
5.2) Operações com Matrizes	As operações com matrizes permitirão aos alunos a aquisição de ferramentas de grande valia em estudos subseqüentes, em vários ramos da ciência e tecnologia. Operar com objetos matemáticos distintos de números é muito utilizado em programação linear.	As operações com tabelas são muito utilizadas no cotidiano. O professor poderá partir de tabelas de gastos mensais, por exemplo, para gerar uma tabela de gastos anuais. Poderá usar de situações similares para mostrar as outras operações. Em seguida, parte para generalizações.
5.3) Determinantes	O cálculo dos <i>determinantes</i> permitirá aos alunos a aquisição de recursos para classificação e resolução de sistemas lineares. Eles também medem volumes e muitos teoremas avançados importantes dependem deles.	O professor apresentará a definição e o cálculo de determinantes de matrizes 2x2 e 3x3.
5.4) Propriedades dos Determinantes	As propriedades dos determinantes facilitam muito seu cálculo em um grande número de situações.	O professor deverá apresentar as propriedades em grau crescente de complexidade. Caso disponibilize de tempo, é bastante interessante que os alunos exercitem os cálculos de determinantes comparando o cálculo com e sem o uso de propriedades, para que se torne mais significativa sua aprendizagem.
5.6) Sistemas Lineares	<i>Sistemas lineares</i> são de grande aplicação para a resolução de problemas matemáticos e em Física. Ao modelar situações-problema, freqüentemente cai-se em sistemas de equações lineares.	O professor poderá partir de situações-problema que deverão ser "traduzidas" para a linguagem algébrica. Quando o problema apresentar mais de uma incógnita, sua modelagem cairá em sistemas, muitas vezes lineares.

5.7) Resolução de Sistemas Lineares	<p>A resolução de problemas é um dos grandes objetos de estudo da Matemática. As técnicas de resolução de sistema lineares fazem com que o aluno possa chegar à solução - ou às soluções, caso existam - de um grande número de situações-problema.</p>	<p>O professor deverá levantar em sala de aula uma ampla discussão dos métodos que os alunos podem encontrar para resolver os problemas. Muitos encontram caminhos legítimos, exclusivamente aritméticos. Deverão ser apresentadas aos alunos situações que tornam mais necessário o caminho algébrico, ou situações que envolvem mais de 2 incógnitas, ou ainda situações com mais de uma solução ou sem solução.</p>
--	---	--

Eixo 5:

O Tratamento da Informação

Vivemos num mundo de *informações*, numa sociedade do conhecimento. É imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para fundamentar a tomada de decisões e fazer previsões. A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de idéias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente àquelas provenientes de outras áreas.

Também devem ser vistas como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações, que não podem ser quantificadas direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si ou da fabricação do produto. Isto é feito por meio da pesquisa estatística e envolve amostras, levantamento de dados e análise das informações obtidas.

Estatística e Probabilidade lidam com dados e informações em conjuntos finitos e utilizam procedimentos que permitem controlar, com certa segurança, a incerteza e a mobilidade desses dados. Por isso, a Contagem - ou Análise Combinatória - é parte instrumental deste tema.

Tema 1: Matemática Financeira

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
1.1) Cálculo de Porcentagens	<p>Uma das noções mais utilizadas pelas pessoas no dia-a-dia é a de <i>porcentagem</i>. Ela é um conteúdo matemático de importância fundamental, sendo aplicadas não só em tópicos como gráficos, mas também para resolver situações cotidianas, como, por exemplo, calcular o valor de uma quantia que deve ser paga por um trabalhador para a previdência social. Além disso, esse assunto também aparece em outras áreas do conhecimento: Geografia, Química, Biologia, etc.</p>	<p>Selecionar notícias de jornais que envolvam o conceito de porcentagem e usá-las para fazer estimativas e comparações.</p>
1.2) Juros Simples e Compostos	<p>Outra idéia muito presente em nosso cotidiano é a de <i>juros</i>, sendo outro conteúdo matemático de fundamental importância. É aplicado não só em outros temas dos conteúdos matemáticos, como também para resolver situações do cotidiano, como, por exemplo, decidir por uma compra à vista ou a prazo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Estimar descontos, lucros, prejuízos, cálculo de prestações; ▪ Comparar preços à vista ou a prazo e determinar o valor dos juros cobrados; ▪ Discutir, analisar e comparar os juros aplicados nas transações bancárias; ▪ Analisar os juros cobrados pelo cartão de crédito.

Tema 2: Estatística

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
2.1) Noções Básicas de Estatística	<p>A <i>análise de dados</i> é essencial na compreensão dos problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas à saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado. Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata são habilidades imprescindíveis para o homem na sociedade de hoje. Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico, apresentados em diferentes linguagens e representações na mídia é fundamental para o cidadão.</p> <p>Eis aqui uma ótima oportunidade para trabalhar a competência: "<i>Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir</i>".</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ler e discutir textos das áreas de educação e saúde que utilizam estatística para analisar os diversos fenômenos na sociedade; ▪ Utilizar dados do IBGE para extrair informações relativas a problemas sociais do Brasil; ▪ Utilizar a Estatística para o tratamento de dados obtidos em experiências de laboratório; ▪ Realizar pesquisas sobre o perfil socioeconômico de um grupo de alunos da escola.
2.2) Representação Gráfica	<p>Ler, analisar e interpretar gráficos é uma habilidade muito importante no mundo de hoje. A possibilidade de organizar dados graficamente é fundamental na pesquisa das várias áreas do conhecimento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Analisar e interpretar informações veiculadas por jornais e revistas, em forma de gráficos ou tabelas. ▪ Selecionar maneiras mais adequadas para representar um conjunto de dados de uma reportagem de jornal.
2.3) Medidas de Tendência Central	<p>A Estatística é um ramo da Matemática que trabalha com dados comparativos, pesquisas de opinião, pesquisas de mercado, etc. Os dados obtidos em pesquisas estatísticas são mais facilmente observados quando organizados em tabelas ou gráficos. No entanto, se uma tabela contém um número muito grande de dados, essa observação pode se tornar confusa. Nesses casos, é</p>	<p>A partir de resolução de problemas, promover discussões com os alunos para a análise, decidindo qual medida de tendência central é mais apropriada para a resolução do mesmo.</p>

	útil determinar um único valor que possa representar o resultado da pesquisa: a <i>média</i> , a <i>moda</i> ou a <i>mediana</i> do conjunto de valores coletados.	Resolver problemas que envolvam o cálculo de média, moda e mediana.
--	--	---

Tema 3: Análise Combinatória

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
3.1) Princípio Fundamental da Contagem	Os problemas de contagem possuem grande aplicação no cotidiano. Todas as situações em que couber a pergunta “de quantos modos?” estão no domínio da Análise Combinatória. O Princípio Fundamental da Contagem é a ferramenta principal para responder a essa pergunta. Em problemas que envolvem poucas quantidades, a contagem direta é suficiente. Porém, em problemas que envolvem grandes quantidades, a contagem direta não é viável. Além disso, o estudo da análise combinatória fundamenta o estudo das Probabilidades Finitas.	<p>O Princípio Fundamental da Contagem poderá ser apresentado a partir de situações bastante simples e próximas do cotidiano dos alunos. As situações devem se tornar gradativamente mais complexas, envolvendo, em alguns momentos, o domínio de diversos conceitos. Problemas sobre placas de carro e números de telefone são exemplos de contextos próximos aos alunos.</p> <p>É importante que o professor conheça o nível de desenvolvimento cognitivo de seus alunos para esse trabalho. São muitos os problemas que podem surgir e que exigirão a habilidade de planejar estratégias para suas resoluções, generalizações e análises de restrições. Caso perceba algum comprometimento nesses aspectos em seus alunos, o professor tem uma excelente oportunidade de desenvolvê-los.</p>

<p>3.1) Arranjos, Combinações e Permutações</p>	<p>Alguns problemas de análise combinatória possuem restrições, outros não. Em outros a ordem dos elementos importa e em outros não. Por isso, a análise de todas essas possibilidades de contexto é que tornará viável a resolução dos mais variados problemas de contagem.</p>	<p>É importantíssimo que o professor não apresente os contextos que envolvem arranjos, combinações e permutações como gavetas estanques. Mas sim como contextos de aplicação do Princípio Fundamental da Contagem, envolvendo a análise de restrições e se a ordem dos elementos tem ou não importância na diferenciação entre duas possibilidades de contagem. Deve ser muito explorada a resolução dos problemas de arranjos, combinações e permutações, sem a aplicação de fórmulas. Estas, por sua vez, devem ser demonstradas como recurso de generalização e formalização.</p>
<p>3.3) Binômio de Newton</p>	<p>A aplicação da fórmula do Binômio de Newton pode ser encarada como a culminância do trabalho com os polinômios, realizado no Ensino Fundamental. A aplicação da fórmula que dá o desenvolvimento de $(x + a)^n$ fica mais restrita no Ensino Médio ao universo da própria Álgebra, mas é um excelente recurso para exercitar a generalização.</p>	<p>O professor poderá apresentar o desenvolvimento de $(x + a)^n$, com $n=0, 1, 2$ e 3. A partir daí, os alunos podem começar a perceber um padrão nessas expansões. Ajudados pelo professor, os alunos podem chegar à fórmula do Binômio, assim como a dedução da expressão do termo geral. Ainda no Ensino Médio, a fórmula poderá surgir no estudo da Genética, em Biologia. Há aqui uma boa oportunidade para um trabalho interdisciplinar.</p>
<p>3.4) Triângulo de Pascal</p>	<p>O triângulo de Tartaglia-Pascal, formado pelos números binomiais $C_{n,p}$, é outra oportunidade de exercitar a percepção de padrões, regularidades e de conclusão de propriedades e relações.</p>	<p>Ao apresentar o triângulo aos alunos, o professor poderá possibilitar aos alunos que concluam a relação de Stifel, o que em geral acontece em sala de aula. Caso isso não ocorra, cabe ao professor apresentá-la, e aos alunos validarem, analisando o triângulo. O</p>

		Teorema das Linhas e a Relação das Combinações Complementares deverão partir do professor. A prova dessas relações poderá ser feita para turmas mais avançadas.
--	--	---

Tema 4: Probabilidade

Tópico	Justificativa	Orientações Metodológicas
4.1) Espaço Amostral e Eventos	<p>Uma discussão inicial preliminar sobre <i>espaço amostral</i> e <i>eventos</i>, associado às idéias trabalhadas no estudo dos conjuntos, fundamenta o estudo das Probabilidades, que será feito em seguida.</p> <p>É um bom momento para trabalhar o desenvolvimento da competência: "<i>Identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos para decidir se a resolução de um problema requer cálculo exato, aproximado, probabilístico ou análise de médias</i>".</p>	O professor deverá definir o que são <i>experiências aleatórias</i> , <i>espaço amostral</i> e <i>eventos</i> , sempre os associando ao estudo dos conjuntos.
4.2) Cálculo de Probabilidades	O Cálculo de Probabilidades está extremamente presente no cotidiano dos alunos: a chance de um time vencer o campeonato, de se ganhar um prêmio num sorteio, de um candidato vencer uma eleição, de determinada doença se alastrar, entre outros, são exemplos de situações freqüentemente presentes nos textos jornalísticos e científicos.	O professor deverá apresentar esse assunto aos alunos com complexidade crescente. A idéia de <i>chance</i> já é bastante intuitiva aos alunos e poderá servir como ponto de partida. A partir de definição de probabilidade, o professor poderá apresentar uma seqüência de situações que deixem esse conceito bem assimilado, antes de partir para a probabilidade da união de eventos, da interseção de eventos, probabilidade condicional e da identificação de eventos independentes e dependentes.

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Parte 4

Planejando atividades

A aprendizagem acontece em outros espaços além da escola. Mas é a escola o lugar na sociedade onde a aprendizagem deve ser favorecida e onde situações são planejadas para este fim, para que possam ser vivenciadas pelos alunos. Assim, sabemos da importância de um bom planejamento incluir a diversidade de situações e atividades de aprendizagem, aumentando as chances de desenvolvermos competências diversas nos alunos. Variando recursos e metodologia, bem como os espaços de aprendizagem, proporcionamos mais oportunidades dos alunos se envolverem ativamente em seu próprio processo de aprendizagem.

Diversificar é importante porque, como sabemos, pessoas diferentes aprendem por modalidades diferentes. Mas, por serem diferentes, também trazem consigo as mais variadas referências e experiências pessoais. Por isso, também é importante contextualizar e abrir alternativas nas atividades planejadas, para que os estudantes sintam-se estimulados a participar e a contribuir com suas visões e modos de pensar. Tudo isso torna o ambiente de aprendizagem mais rico e produtivo, trazendo qualidade para a escola.

Ao planejar suas aulas ou outras atividades, é importante que o professor verifique:

- Competência(s) /habilidade(s) em foco;
- Conteúdo a ser desenvolvido e o contexto;
- Tipo de atividade que pode favorecer e exigir do aluno que ponha em ação a competência / habilidade em questão;
- Recursos/espaços a serem utilizados;
- Tempo previsto;
- Forma de avaliação.

A seguir, são apresentadas algumas sugestões de planejamento de atividades e elaboração de projetos que podem ser desenvolvidas a partir da consulta a este Referencial. Apesar das sugestões darem ênfase ao uso de materiais do Multicurso, o conteúdo deste Referencial

não se restringe ao trabalho do programa. Estas sugestões buscam mostrar que não existe ligação restrita entre conteúdos e competências. As atividades realizadas, exigindo conteúdos e uso de recursos diversos, é que promovem a construção e/ou mobilização de competências. Trata-se de um instrumento para ajudá-lo a organizar, sistematizar e registrar as ações de seu planejamento. Nos livros do professor do Multicurso, você encontrará orientações metodológicas detalhadas para as aulas indicadas como referência nas atividades sugeridas a seguir.

Atividade 1: Calculando Probabilidades

Competência/ habilidade(s):

- Saber utilizar a noção de probabilidade para fazer previsões de eventos ou acontecimentos.
- Saber argumentar e defender seus pontos de vista, ao mesmo tempo em que se demonstra respeito pelas posições dos outros. (Abordagem Metodológica 2005 p. 43)

Conteúdo:

- Eixo 5: Tratamento da Informação
- Tópico: Probabilidade
- Exemplo de contexto a ser problematizado: violência e juventude

Atividades:

- As propostas do livro do professor do Multicurso, 2^a série, aulas 47 e 48.
- Exibição do vídeo e/ou análise e debate a partir das fichas de Matemática e Cidadania

Seqüência de atividades propostas:

- Aula 47:

1) Realizar a seqüência da aula 47, observando as orientações dos itens 1 a 5 da estrutura da aula do Livro do Professor, 2^a série.

Aos professores que desejarem maior fundamentação histórica para a abordagem além da disponível a seção Um Pouco de História, recomendamos a leitura de:

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Edgard Blucher Ltda, 1974.
IVES, Haward. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

- 2) Exibir Vídeo 35 – “Cara ou Coroa”;
- 3) Realizar exercícios propostos no livro (Padrão de Respostas no Livro do Professor). A maior parte pode ficar *para casa*, para que o professor tire as dúvidas no início da próxima aula. O professor apresenta a ficha 57 e pede aos alunos que tragam reportagens sobre o problema exposto na ficha.

▪ Aula 48:

- 1) Tirar dúvidas dos exercícios que ficaram *para casa*.
- 2) Seguir a proposta da aula 48, de acordo com as orientações dos itens 1 a 8 da estrutura da aula, Livro do Professor, 2ª série.
- 3) Exibir Vídeo 36 – “Questão de Probabilidade”;
- 4) Realizar exercícios propostos no livro (Padrão de Respostas no Livro do Professor). A maior parte pode ficar *para casa*, para que o professor tire as dúvidas no início da próxima aula.
- 5) O professor reapresenta a ficha 57 para a realização da atividade proposta em Avaliação.

Recursos/espacos:

- Vídeos 35, 36 ou 37.
- Ficha Matemática e Cidadania 57 e/ou 58.
- Sala de aula com vídeo.

Tempo:

- Aula 47: 50 minutos
- Aula 48: 50 minutos
- Total: 100 min

Avaliação:

- Além dos exercícios propostos no livro, sugerimos promover debate acerca da questão da violência contra jovens (tratada na ficha 57). É importante pedir aos alunos que tragam reportagens sobre o problema, alimentando a discussão com dados atuais. A seguir, os alunos devem fazer uma auto-avaliação em relação ao comportamento no debate. Pode-se enriquecer a avaliação com exercícios como as questões do ENEM sobre o assunto. Para aquisição de provas do ENEM, acesse www.inep.gov.br.

▪

Enriquecimento:

- A aula 58 do livro (professor ou aluno) da terceira série mostra a aplicação da probabilidade em outras ciências (por exemplo, na Biologia). É interessante, quando possível, fazer um trabalho articulado com outros professores.
-

Atividade 2: Cilindro

Competência/ habilidade(s):

- Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística.
- Calcular distâncias ou efetuar medições em sólidos, utilizar conceitos e procedimentos de geometria e medidas (PCNEM+).

Conteúdo:

- Eixos: Medidas e Grandezas e Construção da Percepção Geométrica.
- Tópicos: números e grandezas, conversões entre unidades de volume, de capacidade e a relação entre elas; corpos redondos (cilindro).
- Contexto a ser problematizado: corrida com toras – valorização da cultura indígena (ficha 42).

Atividades:

- As propostas no livro do professor Multicurso, 2^a série, aula 24.
- Exibição do vídeo e/ou análise.
- Debate a partir da ficha de Matemática e Cidadania nº 42.

Seqüência de atividades propostas:

- 1) Na aula anterior, o professor poderá solicitar aos alunos que realizem previamente as atividades do Livro do Professor, aula 24, estrutura da aula, atividades 1 e 2.
- 2) Propor a atividade “Volume do Cilindro” descrita na página 174 do Livro do Aluno, com orientações para o professor no Livro do Professor, aula 24, estrutura da aula, item 3.

Aos professores que desejarem maior fundamentação histórica para a abordagem da seção *Um Pouco de História*, recomendamos a leitura de:

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Edgard Blucher Ltda, 1974.

IVES, Haward. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

- 3) Realizar a seqüência proposta na aula 24, seguindo as orientações dos itens 4 a 8 da estrutura da aula do Livro do Professor;
- 4) Exibição do Vídeo 19 – “Geometria da Lata”;
- 5) Fazer os exercícios propostos no livro (Padrão de Respostas no Livro do Professor). Alguns podem ficar *para casa*. Destaque para os exercícios 3 e 8 do ENEM, que são bem contextualizados. O exercício 8 é considerado difícil para os alunos e pode servir para o professor sondar o nível de desenvolvimento de seus alunos.
- 6) O professor apresenta a ficha de Matemática e Cidadania nº 42.

Recursos:

- Vídeo 19;
- Ficha Matemática e Cidadania 42.

Tempo:

- Total: 100 min

Avaliação:

- Além dos exercícios propostos no livro, observar se os alunos identificam a aplicação em situações do cotidiano deste conteúdo matemático. Exercícios do estilo do ENEM citados acima são bastante adequados. Alguns livros didáticos, além do material do Multicurso, apresentam bom número de exercícios nesse estilo. Entretanto, exercícios cujo contexto puramente matemático não devem ser esquecidos.

Enriquecimento:

- É bastante recomendável também um trabalho aprofundado de conversão entre os múltiplos e submúltiplos de metro cúbico, e sua relação com os múltiplos e submúltiplos do litro, destacando as diferenças de procedimento dessas conversões para as que envolvem unidades de superfície e de comprimento. O cálculo de volumes, em Geometria Espacial é apenas um exemplo da necessidade de dominar essas conversões. A grandeza volume estará presente em muitos assuntos que serão estudados em Física, Química e até mesmo na Biologia. O Material Dourado pode ser de grande valia para que o aluno perceba que 1 dm^3 vale 1000 cm^3 . Esse trabalho dá significado para a posterior generalização. Recomenda-se criar situações em sala de aula nas quais os alunos estimem volumes e capacidades, a partir de material concreto. (Orientações Metodológicas do Documento Referencial)

Projeto 1: A Matemática do Cotidiano

- Para subsidiar este trabalho, sugerimos a leitura do documento *Abordagem Metodológica 2005*; páginas 21 a 23.

Tempo previsto:

- Em torno de 3 meses

I. Objetivos:

Trabalhar conteúdos da Matemática de forma investigativa, contextualizados em situações do dia-a-dia e desenvolver competências nos alunos, destacando-se:

- Ler e interpretar textos de interesse científico e tecnológico.
- Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...).
- Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade.
- Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos.
- Formular questões a partir de situações reais e compreender aquelas já enunciadas.
- Utilizar instrumentos de medição e de cálculo.
- Procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema.
- Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar.
- Entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das Ciências Naturais.
- Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades.
- Aplicar as tecnologias associadas às Ciências Naturais na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida.

II. Problematização:

A Matemática está presente no cotidiano? Ela pode instrumentalizar para a vida cidadã? Como?

III. Recursos:

Situações-problema encontradas em jornais e revistas, livros didáticos (do Multicurso e outros), Vídeos, fichas Matemática e Cidadania, questões de vestibulares recentes e ENEM. O mais importante é que sejam problemas significativos, realmente ligados a contextos da juventude e vida cidadã, incluindo o mundo do trabalho.

IV. Metodologia:

- Apresentar uma situação-problema, mostrando como a matemática está envolvida e /ou ajuda a resolver o problema, interpretando criticamente os dados obtidos.
- Apresentação no quadro negro e por escrito dos dados pesquisados e cálculos envolvidos.

EXEMPLOS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE PODEM SER APRESENTADAS:

- Cálculo da potência adequada para o ar condicionado em um quarto
- Apresentação através de cartazes com a planta do quarto, dados pesquisados e cálculos envolvidos;
- Cálculo do gasto para colocar o piso (lajotas e tábuas corridas) em uma casa em construção;
- Apresentação através da maquete da casa, cartaz com a planta da casa, apresentação no quadro negro e por escrito dos dados pesquisados e cálculos envolvidos;
- Comparação entre o Custo e o Benefício na utilização do gás natural em veículos de passeio
- Apresentação através de cartazes com as vantagens e desvantagens, apresentação no quadro negro e por escrito dos dados pesquisados e cálculos envolvidos;
- Vantagens em assinar diretamente uma revista internacional em relação a comprá-la em bancas de jornal;
- Cálculo da capacidade adequada da cisterna de um edifício;
- Apresentação através da maquete do edifício, apresentação no quadro negro e por escrito dos dados pesquisados e cálculos envolvidos;
- Comércio no dia-a-dia: o consumidor atento
- Apresentação através de cartaz, no quadro negro e por escrito de uma situação simulada de compra de uma TV, onde o preço a prazo foi dado como o mesmo do preço à vista pelo vendedor e o freguês apresentou o cálculo de qual deveria se esse preço à vista, ante a informação da taxa de juros cobrada pela loja.

Avaliação:

Observar a apresentação final, a utilização dos recursos utilizados, a autonomia e criatividade do grupo. Propor auto-avaliação dos grupos.

V. Articulações Interdisciplinares:

Em função dos problemas propostos poderá ser feita articulação com Biologia, Física, Química, Geografia, Língua Portuguesa e outras disciplinas. O problema a ser solucionado é que indicará que conhecimentos disciplinares serão necessários realmente.

VI. Intervenção Na Realidade:

Elaboração de uma cartilha para a comunidade com dicas de uso concreto da matemática na vida cidadã.

Projeto2: Reconstruindo Meu Espaço

- *Como torná-lo mais agradável, prático, saudável e econômico?*

Tempo previsto:

Em torno de 3 meses.

I. Objetivos:

Trabalhar conceitos da Matemática, Biologia e Física de forma investigativa, utilizando situações do dia-a-dia e desenvolver competências nos alunos, destacando-se:

- Ler e interpretar textos de interesse científico e tecnológico.
- Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...).
- Produzir textos adequados para relatar experiências, formular dúvidas ou apresentar conclusões.
- Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade.
- Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos.
- Formular questões a partir de situações reais e compreender aquelas já enunciadas.
- Utilizar instrumentos de medição e de cálculo.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema.
- Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar.
- Fazer uso dos conhecimentos da Física, da Química e da Biologia para explicar o mundo natural e para planejar, executar e avaliar intervenções práticas.
- Entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das Ciências Naturais.
- Aplicar as tecnologias associadas às Ciências Naturais na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida.
- Utilizar elementos e conhecimentos científicos e tecnológicos para diagnosticar e equacionar questões sociais e ambientais.

II. Problematização:

Modificação de um espaço freqüentado e escolhido pelo aluno, justificando as modificações realizadas, com a meta de torná-lo mais agradável, prático, econômico e saudável, e utilizando como ferramenta os recursos da Matemática (Geometria Espacial), Biologia (Saúde), Física (Eletricidade);

III. Recursos:

Maquetes, softwares, espaço escolhido na escola para simulação, etc, destacando-se o que tinha antes e como ficará após a modificação.

IV. Metodologia:

MATEMÁTICA

A partir do espaço real ou imaginário, modificá-lo utilizando cálculos de volumes, áreas e perímetros como suporte para as modificações no ambiente, tais como arrumação dos móveis, colocação de novos pisos, papel de parede, praticidade, etc. a partir de pesquisa de preços e medidas reais.

BIOLOGIA

Demonstrar os benefícios à saúde humana das diversas estruturas presentes no ambiente, de modo que sejam adequadas à anatomia humana, considerando o arejamento do ambiente, o espaço para deslocamento, a acústica, e as cores do mesmo.

FÍSICA

Analisar o ambiente de modo a procurar formas alternativas de economizar energia elétrica, apresentando os cálculos que consideram o consumo e conseqüentes gastos dos diversos equipamentos existentes no ambiente antes e depois de modificado, visando Ao objetivo de redução do consumo.

EXEMPLOS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE PODEM SER APRESENTADAS:

1. Reconstruindo uma Cozinha - Antes: Planta 3D // Depois: Maquete.
2. Reconstruindo um Quarto - Antes: Fotos da maquete // Depois: Maquete reformada.
3. Reconstruindo um Banheiro - Antes: Fotos // Depois: Maquete.
4. Reconstruindo um Apartamento - Antes: Fotos // Depois: Maquete.
5. Reconstruindo um Quarto (transição da fase de criança para jovem) - Antes: Planta // Depois: Planta com filmagem e talvez maquete.
6. Reconstruindo a Sala de Aula - Antes: Fotos // Depois: Planta.
7. Reconstruindo uma Casa de Campo - Antes: Maquete e planta // Depois: Maquete e planta.
8. Reconstruindo uma Casa - Antes: Maquete // Depois: Maquete.
9. Reconstruindo uma Praça Pública - Antes: Painel e fotos // Depois: Maquete.
10. Reconstruindo uma Sala - Antes: Fotos e plantas // Depois: Maquete.
11. Reconstruindo a Sala de Aula - Antes: Fotos e maquete // Depois: Fotos e maquete.

12. Reconstruindo um Quarto - Antes: Simulação no Computador com recursos de computação gráfica // Depois: Simulação no Computador com recursos de computação gráfica.

13. Reconstruindo uma Locadora de fitas de vídeo e DVD - Antes: Painel com fotos // Depois: Maquete.

V. Desenvolvimento:

Uma pré-apresentação deverá acontecer antes do período de orientação. Nesse encontro dos professores das três disciplinas com os grupos, verificam-se os objetivos de cada projeto, os recursos, sugestões e orientações gerais. Após esse momento, segue-se um período de orientação até a culminância quando cada grupo apresenta sua proposta para a comunidade escolar.

VI. Avaliação:

Serão avaliadas a apresentação final, os recursos utilizados, a autonomia e a criatividade do grupo.

VII. Intervenção na Realidade:

Exposição para a comunidade das maquetes e divulgação de folhetos com dicas sobre melhor uso e ocupação dos espaços.

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Parte 5

Projeto pedagógico da escola, plano anual de curso e portfólio do professor: a escola organizada como um ambiente de aprendizagem

*"O conceito sem a intuição (experiência) é vazio; a intuição sem o conceito é vã".
(Kant)*

A segunda LDBEN (1996) define como incumbências da escola elaborar e implementar o seu *projeto pedagógico*, zelar pela aprendizagem dos alunos, assegurar-lhes oportunidades de recuperação e promover a articulação entre a escola e as famílias dos estudantes (Art. 12). Seguem-se no Art. 13 as incumbências do professor: participar da formulação e da implementação do *projeto pedagógico da escola*, elaborar e realizar o seu *plano anual de curso*, zelar pela aprendizagem dos alunos e assegurar-lhes as oportunidades de recuperação.

O *projeto pedagógico*, o *plano anual de curso* e o *portfólio do professor* formam a "trindade virtuosa" para que na escola e na sala de aula os educadores coordenem com efetividade a sua organização e funcionamento como ambientes de aprendizagem, sob a liderança do diretor e da equipe de gestores.

A concepção da escola como um *ambiente de aprendizagem* tem como pressupostos o foco no aluno real, o enfoque na aprendizagem, a inferência empiricamente comprovável de que a escola pode fazer a diferença e neutralizar razoavelmente os impactos sócio-demográficos sobre o desempenho (evolução, qualidade, potencialidade) dos alunos mais vulneráveis à desigualdade social ⁶.

No contexto brasileiro, a escola pública vem experimentando a sua auto-administração em meio a uma situação ambiental de relativa escassez de recursos, um constrangimento que decerto interfere no desempenho da instituição. Entretanto, há uma forma peculiar, mais sutil e potencialmente mais nefasta de escassez: a de racionalidade política. Com efeito, na ausência de uma boa coordenação (*co+ordenar*, com os outros), a eficiência e a estabilidade da instituição escolar tenderão a ficar comprometidas, redundando em uma

⁶ Ver: MEC/INEP/SAEB. O efeito-escola: o impacto de variáveis intra e extra-escolares sobre o rendimento dos alunos. 2001.

forma ampliada de escassez ao mesmo tempo de confiança, de recursos e de bons desempenhos. A justiça praticada no dia-a-dia da instituição escolar – igualdade de direitos, deveres e oportunidades e sua distribuição judiciosa – é o fundamento subjetivo central para o exercício da boa coordenação, que supõe reciprocidade e a confiança entre os educadores.

Um exemplo se impõe. Um bom *portfólio* do professor, isto é, o registro escrito e a avaliação semanal e seqüencial (em tempo real) da aprendizagem dos seus diferentes alunos e de revisão de suas próprias práticas pedagógicas. O professor atua como escritor e analista de sua práxis teórica e pedagógica e como analista dos processos de construção de conhecimentos pelos alunos, vistos como sujeitos intencionais e como protagonistas. E tem como suporte teórico o *plano anual de curso*, que deverá conter os enunciados dos *descritores curriculares*⁷ conceitualmente expressos em termos de competências, de habilidades e de conteúdos.

Por sua vez, a elaboração pelo professor do seu plano anual de curso é um processo de escolha individual, dentre um conjunto de opções conhecidas e possíveis. Mas é resultado, também, de um amplo processo de negociações acadêmicas com os seus colegas docentes no ambiente escolar, uma vez que o plano de curso de cada docente precisará preservar fidelidade e razoável congruência com o currículo da escola, sistematizado no projeto pedagógico da instituição.

O alinhamento consentido entre o plano de curso do docente e o projeto pedagógico da escola será possível e observado na prática docente em sala de aula se e somente se cada docente atuar como protagonista relevante na ação de construção coletiva desse projeto.

Afinal, a boa governança é precisamente isso: ao invés do governo de uns poucos - os dirigentes - a gestão torna-se participativa, porque valoriza e incorpora na tomada de decisões e nos processos de implementação, a participação cooperativa e organizada dos indivíduos. Estes são percebidos como capazes de agir como sujeitos que pensam, conhecem opções e fazem escolhas, que têm interesses próprios e que, interagindo, cooperam e aprendem a discernir e a buscar o interesse mútuo ou o bem público, em condições razoavelmente igualitárias de participação e de tomada de decisão.

Esse é o fundamento da racionalidade política, o que ainda é uma virtude a ser aprendida e internalizada por uma parcela das organizações escolares. Significa que a organização aprendeu a aprender, uma vez que, nela, cada indivíduo aprendeu as vantagens

⁷ NE.: O termo “descritores” foi empregado e difundido nas Matrizes de Referência para o SAEB, documento no qual estão descritas as orientações para a elaboração dos itens dos testes daquele sistema de avaliação. Nele é feita uma opção teórica segundo a qual se pressupõe que o aluno deve desenvolver determinadas competências cognitivas no processo de construção do conhecimento e apresentar habilidades a partir de tais competências. Os conteúdos associados às habilidades a serem desenvolvidas em cada série e disciplina são subdivididos em partes menores, cada uma especificando o que os itens das provas do SAEB devem medir. Estas unidades são denominadas “descritores”. Cada descritor dá origem a diferentes itens e, a partir das respostas dadas a eles, verifica-se o que os alunos sabem e conseguem fazer com os conhecimentos adquiridos.

Neste texto, o Professor J.B. dos Mares Guia emprega o termo “descritores” numa acepção diferente e de categoria mais geral. Os “descritores curriculares” são considerados aqui como indicadores analíticos do que o aluno precisa conhecer e saber fazer, e que é descrito e detalhado no currículo por meio do detalhamento das competências, habilidades e conteúdos eleitos no planejamento curricular.

comparativas de cooperar. Como a cooperação facilita as ações coordenadas e aumenta a eficiência da organização, tem-se uma situação na qual todos ganham, principalmente os alunos.

Ora, uma instituição existe para realizar propósitos e não apenas para celebrar acordos! Esse é, precisamente, o risco da louvação desmedida do fato da escola "ter" o seu projeto pedagógico. Uma coisa é "ter", e outra é ter e bem realizar! Para bem realizar o projeto pedagógico, o protagonismo do docente é fundamental, pois a realização do projeto pedagógico da escola na sala de aula ocorrerá por meio da ação deliberada do professor. E o plano anual de curso do docente é o instrumento da "transposição didática", por assim dizer, do projeto pedagógico da escola para o contexto da sala de aula, respeitada a autonomia moral e intelectual do professor.

Se o enfoque da ação educativa é a aprendizagem dos alunos, sem *admissibilidade de exceção*, e se o professor já domina razoavelmente a competência de trabalhar com descritores curriculares e com avaliações, é natural que o bom professor construa uma "métrica" para descrever e analisar continuamente – semanalmente, é o certo! – a evolução, a qualidade da aprendizagem e a potencialidade para novas aprendizagens de cada um dos seus alunos, por classe.

Isso significa apreender em tempo real, com base nos descritores curriculares com os quais opera, que alunos são avançados e têm interesses peculiares por novas e mais avançadas aprendizagens, que alunos apresentam desempenho suficiente ou adequado, que alunos satisfazem as necessidades básicas de aprendizagem, situação que poderá ser descrita como intermediária, e que alunos apresentam dificuldades de aprendizagem – desempenho crítico - e de que tipo.

Um bem elaborado plano anual de curso deverá conter o currículo que o professor e os alunos cooperativamente realizarão em sala de aula.

O Referencial Curricular de Matemática

O Multicurso Ensino Médio Matemática realizou em Goiás um feito notável, em 2005: a construção coletiva do Referencial Curricular de Matemática. O desafio que ora se propõe à rede de escolas estaduais de Goiás é precisamente a realização de um processo de formação continuada dos professores de Matemática e, simultaneamente, das equipes de gestores dessas escolas estaduais para a realização do propósito de construirmos neste ano:

- Os Projetos Pedagógicos das escolas, com a participação dos docentes em cada uma de suas escolas, sob a coordenação da equipe gestora;

- Os Planos Anuais de Curso: de Matemática e os Portfólios dos Professores, tendo como padrão de referência o Referencial Curricular de Matemática.

É importante salientar que em qualquer das duas situações-desafio, os professores de Matemática tenderão a desempenhar um papel de exemplaridade, auxiliando os seus colegas da área de conhecimento afim - Física, Química e Biologia -, assim como das outras áreas, com orientações conceituais rigorosas e adequadas para que eles protagonizem em suas respectivas áreas e disciplinas a construção de referenciais curriculares específicos. Mas todos eles emoldurados pela mesma concepção geral de currículo: o foco no aluno como protagonista, o enfoque na aprendizagem de competências e no desenvolvimento de habilidades cognitivas, procedimentais e atitudinais – competência ética - e, portanto, no protagonismo do aluno como sujeito que faz escolhas, constrói e utiliza conhecimentos em situações de interação – interesse e cooperação -, com responsabilidade individual e coletiva.

O currículo contém um núcleo conceitual crítico, os *descritores curriculares* do que os alunos precisam conhecer e saber por disciplina e área e por série, ao longo da escolaridade. A construção do currículo deverá observar o seqüenciamento adequado, como por exemplo:

- I. O enunciado sintético dos descritores curriculares: competências, conteúdos e habilidades;
- II. A sondagem ou a descrição analítica do “perfil de entrada” dos alunos, por classe;
- III. O plano de curso do docente: o ano e seus bimestres letivos; em cada bimestre, que competências e habilidades os alunos deverão dominar e que conteúdos deverão conhecer; os livros e outros materiais didáticos e os recursos pedagógicos que deverão ser utilizados; as interações com a área de conhecimento e outras interações possíveis, para a articulação de projeto interdisciplinar; a abordagem do assunto ética e cidadania no discurso curricular da disciplina e da área, em sala de aula; o sistema de avaliação dos alunos, incluída a auto-avaliação, abrangendo os aspectos quantitativo e qualitativo do desempenho do aluno; o sistema de recuperação contínua dos alunos com dificuldades de aprendizagem;
- IV. O Portfólio do Professor, com a sistematização das “situações de aprendizagem” ou das estratégias de ensino e de aprendizagem que deverão ser propostas e utilizadas em sala de aula, a cada semana, segundo cada seleção semanal de competências, conteúdos que deverão ser conhecidos e habilidades que deverão ser construídas ou desenvolvidas pelos alunos, culminando com a auto-avaliação do aluno e com a avaliação e as observações do professor. Semelhante a um registro de pesquisa em tempo real, esse método induz a mudança cultural, atitudinal, intelectual e pedagógica do professor;
- V. O sistema de avaliação das aprendizagens;
- VI. O sistema de recuperação dos alunos, em tempo real;

- VII. A estratégia para orientar os estudos avançados para alunos avançados (alunos avançados têm potencialidade para, orientados pelo professor, atuarem como monitores, auxiliando os colegas que apresentam dificuldades de aprendizagem);
- VIII. A formação do aluno para o exercício da cidadania, com base no entendimento de que a experiência da cidadania somente ocorre:
- a) No contexto de uma ação coletiva;
 - b) Com base na identificação de um interesse ou de um bem comum ou público, compreendendo-se que por se tratar de um bem público, até mesmo os que não cooperaram para obtê-lo têm, por definição, o direito de dele usufruir. A chamada pedagogia de projetos é um método adequado para a consecução desse fim, mas o "chão da sala de aula" é o elemento eleito e natural para, no dia-a-dia, se promover interações, cooperação e bem estar.

Referencial Curricular de Matemática – Estado de Goiás

Bibliografia de Referência

- ALMEIDA, Maria Elizabeth. **Como se trabalha com projetos**. Entrevista para a revista TV Escola, edição nº 22/ 2001.
- BERGER, Ruy. **Os Eixos Estruturantes do ENEM e da Reforma do Ensino Médio** (notas sobre a apresentação). I Seminário Nacional do Ensino Médio. Brasília, 1999.
- BRASIL: Ministério da Educação. **Lei 9394/96. Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, 1996.
- _____. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, 1997.
- _____. **A Reforma do Ensino Médio**. Brasília, SEMTEC, 1997.
- _____. **Exame Nacional do Ensino Médio. Documento Básico 2000**. Brasília, INEP, 1999.
- BRASIL: Ministério da Educação; Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 1ª a 4ª série - Introdução**. V.1. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL: Ministério da Educação; Secretaria de Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - Área de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. SEMTEC/MEC, 2002.
- Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CEB 1/2000**.
- CONTRERAS, José. **A Autonomia de Professores**. Trad.: Sandra T. Revisão técnica, apresentação e notas à edição brasileira: Selma G. Pimenta. São Paulo: Cortez, 2002.
- CRUZ, Ângela. **Mobilização e participação na escola jovem**. Mimeo/ 2001.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo: Editora Ática, 1990.
- DELUIZ, Neise. **O modelo das competências profissionais no mundo do trabalho e na educação: implicações para o currículo**. In: Boletim Técnico do SENAC, Rio de Janeiro, v. 27, nº. 3, set-dez/ 2001.
- DEMO, Pedro. **Mitologias da Avaliação**. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 1999.

- DIAS, R.E. **Competências - um conceito recontextualizado no currículo para a formação de professores no Brasil**_(texto). 24ª Reunião da ANPED. Caxambu, MG, 2001.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido**. 6ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.
- Fundação Roberto Marinho/Secretaria de Estado da Educação – GO. **Abordagem Metodológica - Projeto Multicurso Matemática**. Goiás, 2005.
- GIROUX, Henry A. **Os professores como intelectuais. Rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 1997.
- GUATTARI, Félix e ROLNIK, Suely. **Micropolítica: cartografia do desejo**. Petrópolis: Ed. Vozes, 1986.
- HERNANDEZ, F. **Transgressão e Mudança na Educação os projetos de trabalho**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.
- LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência**. São Paulo: Ed34, 1993.
- LOPES, A.C.; Macedo, E. (Orgs.). **Disciplinas e integração curricular: história e políticas**. Rio de Janeiro: DP&A Editora, 2002.
- LÜDKE, M. **Sobre a socialização profissional de professores**. Caderno de pesquisa, nº 99. São Paulo, v.p.5-15, nov/ 1996.
- MEIRIEU, Philippe. **Aprender... sim, mas como?** Trad. Vanise Dresch. 7a ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- MELLO, Guiomar Namó de. **Parecer sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, 1997.
- NÓVOA, António (org.). **Profissão professor**. Porto: Porto Editora, 1991.
- PERRENOUD, Philippe. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas do Sul, 1999.
- _____. **Ensinar: agir na urgência, decidir na incerteza**. Trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.
- _____. **Pedagogia diferenciada: das intenções à ação**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- _____. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.
- _____. **A profissionalização dos formadores de professores**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2003.
- _____. **Formando professores profissionais. Quais estratégias? Quais competências?** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

- _____ . **Construir competências é virar as costas aos saberes?** In Pátio – Revista pedagógica nº 11, pp. 15-19. Porto Alegre: Novembro/ 1999.
- _____ . **Pedagogia diferenciada: das intenções à ação.** Porto Alegre: Artmed, 2000.
- RAMAL, Andrea Cecilia. **Educação na Cibercultura.** Porto Alegre: Artmed, 2003.
- RAMOS, Marise Nogueira. **A pedagogia das competências e a psicologização das questões sociais.** In: Boletim Técnico do SENAC, Rio de Janeiro: Senac, v. 27, n. 3, set./dez.2001.
- _____ . **A pedagogia das competências: autonomia ou adaptação?** São Paulo:Cortez, 2001.
- SANTOS, Edméa Oliveira dos. **Pedagogia de projetos: (Re)significando a práxis pedagógica.** Revista de Educação CEAP, Ano VIII, nº: 31. Salvador, BA: dez-fev / 2000-2001.
- SCRIVEN, Michel. **The methodology of evaluation.** In: TYLER, Robert; GAGNÉ, Robert; SCRIVEN, Michael. Perspective of curriculum evaluation: AERA monograph series on curriculum evaluation I. Chicago: Rand McNally, 1967.
- SCRIVEN, Michael. **Beyond formative and summative evaluation.** In: MC LAUGHLIN, M.W.; PHILIPS, D.D. (ed.) Evaluation and education: at quarter centery. Chicago: University of Chicago Press, 1991.
- SILVA, Tomaz Tadeu da. **O currículo como fetiche: a poética e a política do texto curricular.** Belo Horizonte: Autêntica, 1999, pp.11-12.
- TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.
- TEDESCO, Juan Carlos. **O_novo pacto educativo. Educação, competitividade e cidadania na sociedade moderna.** São Paulo: Ática, 1998.
- VEIGA, I.P.A, CUNHA, M.I.C.(org). **Desmistificando a profissionalização do magistério.** Coleção Magistério. São Paulo: Papyrus, 1999.